المجال : التطورات غير الرتــــيبة	الوحدة 07 : التطــورات المهــتزة	المستوى: 3 ع ت الدرس رقم : 07

(2 سا.د. + 1 ع م)

المحتوى المفاهيمي	أمثلة عن النشاطات	مؤشرات الكفاءة
1- دراسة بعض الجمل: - النواس المرن. - النواس الثقلي. - مفهوما الدور وشبه الدور. - المعادلات التفاضلية 2- تغذية الاهتزازات بتعويض التخامد: - المعادلة التفاضلية لهزاز مغذى: الحل من الشكل: $x = X\cos(2\pi/t+\varphi)$	* إنجاز تجارب: - اهتزازات جسم صلب معلق بنابض و اهتزازات نواس ثقلي ونواس بسيط (ع م)	* يفسر الاهتزازات الحرة بواسطة المعادلة التفاضلية الموافقة
- عبارة دور الهزاز المغذى.	* دراسة حالة التخامد (النواس الثقلي و النواس المرن) * نشاطات باستعمال المحاكاة.	* يميز بين الاهتزاز الحر والاهتزاز المغذى.

I ـ الاهتزازات الحرة لجملة ميكانيكية

1 ـ مكتسبات قبلية :

1 ـ 1 ـ الطاقة الكامنة المرونية :

$E_{Pe} = \frac{1}{2} k x^2$ * E_{Pe} : الطاقة الكامنة المرونية (J) *k : ثابت مرونة النابض (N / m) .

*x : مقدار تشوه (استطالة أو تقلص) النابض (m) .

1 ـ 2 ـ توتر النابض $\vec{F}$:

$\vec{F} = - k \vec{x}$ F : توتر النابض (N) .

1 ـ 3 ـ طاقة الجملة (الطاقة الميكانيكية) :

$E = E_C + E_P$

2 ـ الاهتزازات الميكانيكية :

2 ـ 1 ـ الجملة الميكانيكية المهتزة :

هي كل جملة تتحرك ذهابا و إيابا على جانبي و ضع توازنها .

امثلة : الارجوحة ، نهاية إبرة آلة الخياطة ، النواس المرن ، رقاص الساعة ، النواس المبسط

* الاهتزازة : هي المرورين المتتاليين من نفس النقطة و في نفس الاتجاه .

2 ـ 2 ـ الاهتزازات الميكانيكية الحرة :

نقول عن جملة ميكانيكية انها تقوم باهتزازات حرة إذ لم تتلقى طاقة من الوسط الخارجي خلال حركتها .

2 ـ 2 ـ 1 ـ الاهتزازات الحرة غير المتخامدة :

نقول عن جملة ميكانيكية أنها تقوم باهتزازات حرة غير متخامدة إذا كانت طاقتها ثابتة خلال الزمن .

2 ـ 2 ـ 2 ـ الاهتزازات الحرة المتخامدة :

نقول عن جملة ميكانيكية أنها تقوم باهتزازات حرة متخامدة إذا فقدت جزءا من طاقتها بفعل الاحتكاكات

2 ـ 2 ـ 3 ـ الاهتزازات الحرة المغذاة :

نقول عن جملة ميكانيكية أنها تقوم باهتزازات حرة مغذاة إذا تم تعويض الطاقة الضائعة باستمرار بحيث تصبح طاقة الجملة ثابتة.

3 ـ دراسة بعض الجمل :

3 ـ 1 ـ النواس المرن :

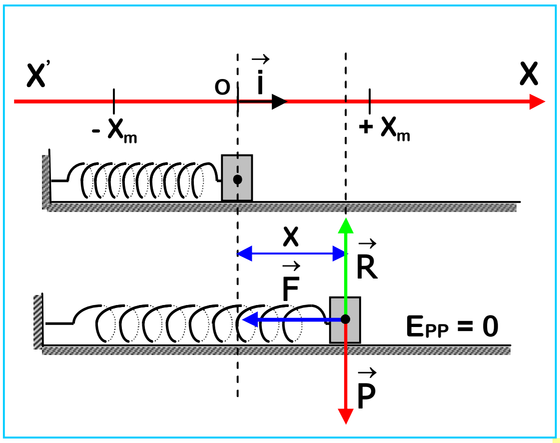
* تعريف : يتكون النوس المرن من نابض حلقاته غير متلاصقة كتلته مهملة و ثابت مرونته K مثبت من احد طرفيه و طرفه الأخر موصول بجسم صلب كتلته m ويكون الجسم إما معلقا او موضوعا على مستو افقي او مائل .

3 ـ 1 ـ 1 ـ حالة الاهتزازات حرة غير متعامدة :

يتكون نواس مرن من نابض كتلته مهملة و ثابت مرونته K مثبت من احد طرفيه ويثبت بطرفه الأخر جسم صلب (s) كتلته m يتحرك على مستوى أفقي دون احتكاك كما في الشكل .

نزيحه عن وضع توازنه بمعيار X_m و نتركه لحاله دون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$

أ ـ إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



* نختار المرجع السطحي الارضي و نزوده بمعلم $(o , \vec{i})$

* القوى الخارجية المؤثرة على (s) هي الثقل $\vec{P}$ ،

فعل المستوى الافقي $\vec{P}$ ، توتر النابض $\vec{F}$

* بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \vec{a}$$

* باسقاط العلاقة الشعاعية على OX نجد :

$$- F = ma \quad \Rightarrow \quad - kx = ma \quad \Rightarrow$$

$$a = -\frac{k}{m} x(t) \; .....(1) \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x(t) = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية بالنسبة X حلها هو دالة جيبية بدلالة الزمن من الشكل $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

ومنه الحركة مستقيمة جيبية (الحركة دورية)

حيث : x : فاصلة المتحرك (مطال الحركة) (وحدة طول)

x_m : سعة الحركة (المطال الاعظمي) (وحدة الطول)

ω_0 : نبض الحركة (rad / s)

الأستاذ : د . بلـخير

φ : الصفحة الابتدائية للحركة وحدتها (rad) تتعلق بالشروط الابتدائية .

أ ـ 1 ـ نبض الحركة ω_0 :

* لدينا الفاصلة : $$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

* لدينا السرعة : $$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

* لدينا التسارع : $$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x(t) \quad ....(2)$$

بمطابقة العلاقتين (1) و (2) نجد : $$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

أ ـ 2 ـ الدور الذاتي للحركة T_0 :

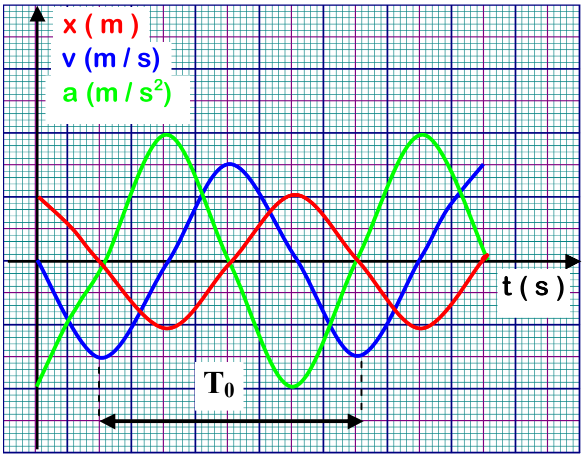
هو الفاصل الزمني بين مرورين متتاليين من نفس الفاصلة وفي نفس الاتجاه أي هو زمن اهتزازة واحدة وحدته (s)

ونكتب : $$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

أ ـ 3 ـ التواتر الذاتي للحركة f :

هو عدد الاهتزازات المنجزة في ثانية واحدة وحدته الهرتز (Hz) أو (s^{-1}) ونكتب : $$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

أ ـ 4 ـ مخططات الحركة :



أ ـ 4 ـ 1 ـ مخطط الفاصلة $x = f(t)$:

لدينا : $x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

للتبسيط نعتبر $\varphi = 0$ ومنه $$x(t) = x_m \cos\frac{2\pi}{T_0}t$$

أ ـ 4 ـ 2 ـ مخطط السرعة $V = g(t)$:

$$v(t) = -\omega_0 x_m \sin\frac{2\pi}{T_0}t$$

أ ـ 4 ـ 3 ـ مخطط التسارع $a = l(t)$:

$$a(t) = -\omega_0^2 x_m \cos\frac{2\pi}{T_0}t$$

ب ـ إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة :

* الجملة (نابض + جسم (s))
* طاقة الجملة في حالة غياب الاحتكاك ثابتة في كل لحظة .
* لدينا طاقة الجملة (نابض + جسم (s)) هي : $$E(t) = E_C(t) + E_p(t)$$

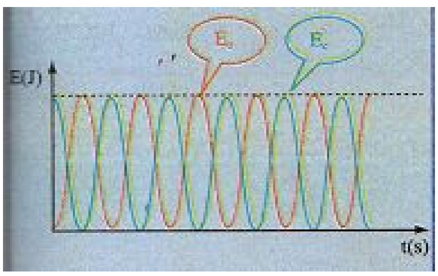
حيث : $E_p(t) = E_{Pe}(t) + E_{PP}(t)$ ، $E_{PP}(t) = 0$ ومنه $E_p(t) = E_{Pe}$

ومنه $$E(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

باشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن نجد :

$$\frac{1}{2}m\left(2v\frac{dv}{dt}\right) + \frac{1}{2}k\left(2x\frac{dx}{dt}\right) = 0$$ حيث $v = \frac{dx}{dt}$ ، $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

ومنه $$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x(t) = 0$$ وهي المعادلة التفاضلية للحركة



ب ـ 1 ـ مخططات الطاقة بدلالة الزمن :

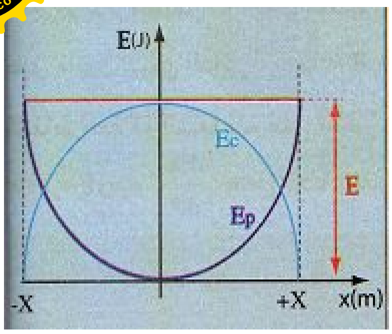
لدينا $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ ، $E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2$ ، $E_{PP} = 0$ ، $E = E_C + E_P$

نرسم البيانات الاتية : $E_C = f(t)$ ، $E_{Pe} = g(t)$ ، $E = l(t)$

ب ـ مخططات الطاقة بدلالة الفاصلة :

لدينا $E_C = \frac{1}{2} m v^2$ ، $E_{Pe} = \frac{1}{2} k x^2$ ، $E_{PP} = 0$ ، $E = E_C + E_P$

نرسم البيانات الاتية : $E_C = f(x)$ ، $E_{Pe} = g(x)$ ، $E = l(x)$



3 ـ 1 ـ 2 ـ حالة الاهتزازات حرة متخامدة :

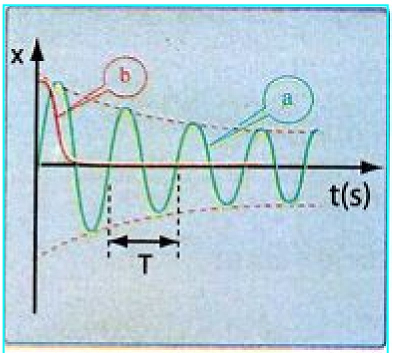
اذا كانت قوة الاحتكاك المطبقة على الجسم الموصول بالنابض غير مهملة فان سعة الاهتزازات تتناقص مع الزمن فنقول ان الاهتزازات تتخامد.

أ ـ عندما تكون الاحتكاكات ضعيفة يكون التخامد ضعيفا و تكون الاهتزازات شبه دورية و يكون شبه الدور T متقارب مع الدور الذاتي T_0 ونكتب :

$$T \approx T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

T : شبه الدور (S) ، T_0 : الدور الذاتي (S)

ب ـ عندما تكون الاحتكاكات كبيرة يكون التخامد كبيرا و تكون الاهتزازات لا دورية حرجة



a) نظام شبه دوري.
b) نظام لا دوري حرج.

3 ـ 2 ـ النواس الثقلي :

* تعريف : النواس الثقلي هو كل جسم صلب بإمكانه الاهتزاز حول محور أفقي (Δ) ثابت لا يمر من مركزعطالته .

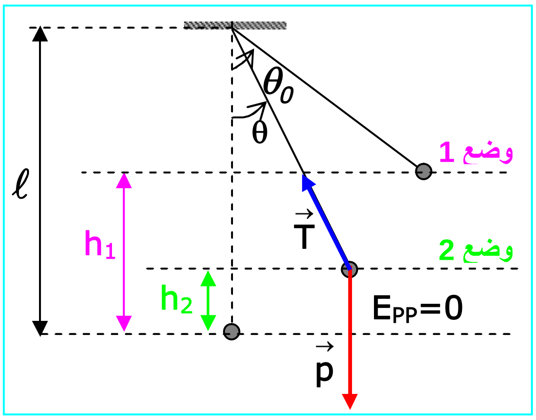
3 ـ 3 ـ النواس البسيط :

* تعريف : النواس البسيط هو نموذج مثالي للنواس الثقلي

يتكون النواس البسيط من خيط عديم الامتطاط مهمل الكتلة طوله (ℓ) معلق بنهايته الحرة جسم أبعاده مهملة كتلته (m) .

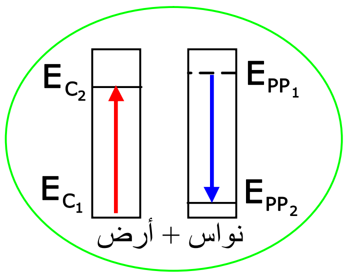
3 ـ 3 ـ 1 ـ حالة الاهتزازات حرة غير متخامدة :

* ايجاد المعادلة التفاضلية للحركة :



يعتبر نواسا بسيطا طوله ℓ و كتلته m نزيحه عن وضع توازنه المستقر ونتركه لحاله دون سرعة ابتدائية .

* الجملة (نواس + أرض) .
* الحصيلة الطاقوية بين الوضعين (1) و (2) :



$$E_{C_1} + E_{PP_1} = E_{C_2} + E_{PP_2} \quad \Rightarrow$$

$$0 + mgh_1 = \frac{1}{2} mv^2 + mgh_2 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = mg(h_1 - h_2) \quad ,$$

$$h_1 = l(1 - \cos\theta_0) \quad , \quad h_2 = l(1 - \cos\theta)$$

$$\Rightarrow \quad h_1 - h_2 = l(\cos\theta - \cos\theta_0) \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgl(\cos\theta - \cos\theta_0) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} v^2 = gl\cos\theta - gl\cos\theta_0$$

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\frac{1}{2}\left(2v\frac{dv}{dt}\right) = -gl\ \sin\theta \frac{d\theta}{dt} + 0$$

$$x = r\theta \Rightarrow \frac{dx}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \Leftrightarrow v = l\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = l\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \Rightarrow$$

$$l\frac{d\theta}{dt}.l\frac{d^2\theta}{dt^2} = -gl\sin\theta\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \quad l\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\sin\theta \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

* من أجل السعات الكبيرة المعادلة التفاضلية من الرتبة الثانية لاتقبل الدالة الجيبية كحل لها فالحركة دورية ليست جيبية .

* من أجل السعات الصغيرة $(\theta \langle 10^0)$ تكون $\sin\theta \approx \theta$ (θ بالراديان) .

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta(t) = 0 \quad ....(1)$$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها جيبي من الشكل : $\theta(t) = \theta_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$ ومنه الحركة دورانية جيبية .

حيث :

θ : الفاصلة الزاوية (المطال الزاوي للحركة) وحدة زاوية .

θ_0 : السعة الزاوية (المطال الزاوي الأعظمي للحركة) وحدة زاوية .

ω_0 : نبض الحركة (rad/s) .

φ : الصفحة الابتدائية للحركة (rad) و تتعلق بالشروط الابتدائية .

* نبض الحركة ω_0 :

* الفاصلة الزاوية $\theta(t)$:
$$\theta(t) = \theta_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

* السرعة الزاوية $\frac{d\theta}{dt}$:
$$\frac{d\theta}{dt} = -\theta_0\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

* التسارع الزاوي $\frac{d^2\theta}{dt^2}$:
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega_0^2\theta_0\cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2\theta(t) \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta(t) = 0 \quad .... (2)$$

من العلاقتين (1) و (2) نجد :
$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

* الدور الذاتي للحركة T_0 :
$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

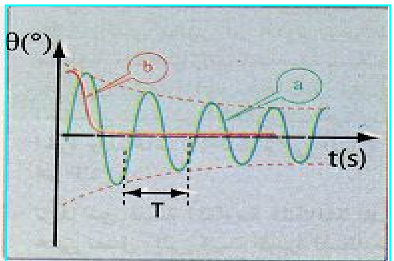
* ملاحظة : من أجل السعات الكبيرة :
$$T = T_0(1 + \frac{\theta_0^2}{16}) \qquad (rad) : \theta_0$$

* التواتر الذاتي للحركة f_0 :
$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

3 ـ 3 ـ 2 ـ حالة الاهتزازات حرة متخامدة :

أ ـ إذا كانت الاحتكاكات ضعيفة :

في هذه الحالة تكون الاهتزازات شبه دورية و يكون شبه الدور T متقارب مع الدور الذاتي T_0 و نكتب :
$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



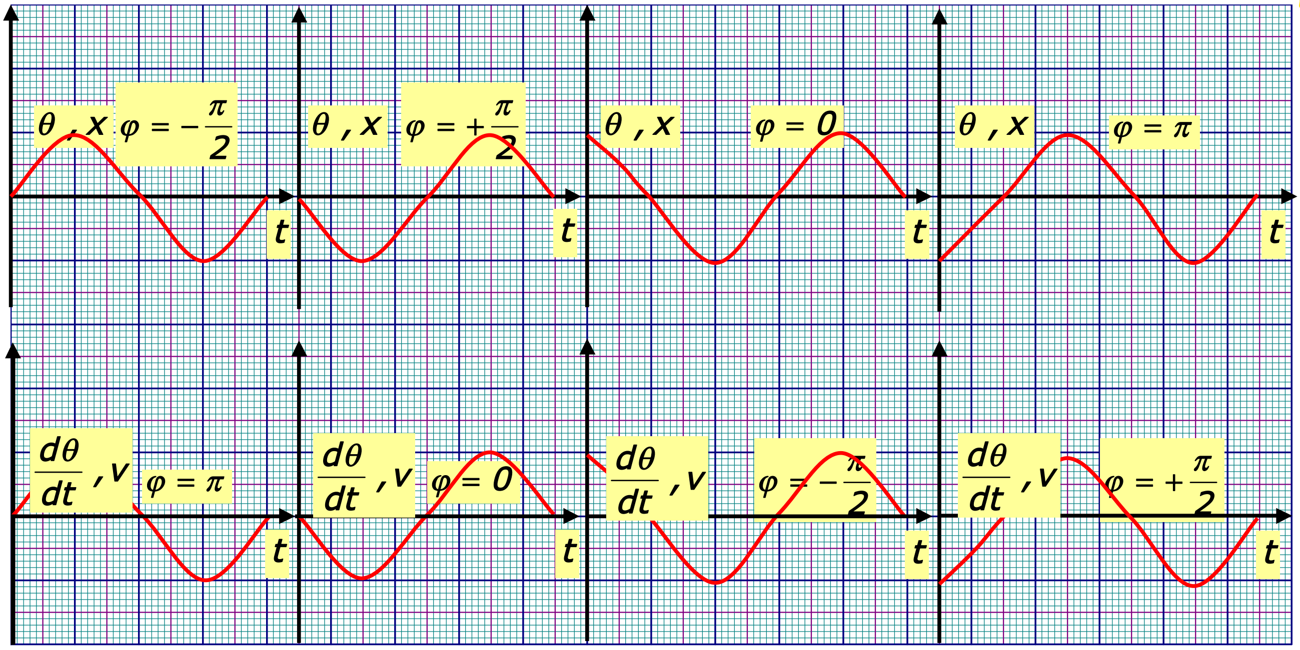
a) نظام شبه دوري.
b) نظام لا دوري حرج.

ب ـ إذا كانت الاحتكاكات كبيرة :

في هذه الحالة تكون حركة النواس لا دورية حرجة .

ملاحظة : الاهتزازات المتواقتة هي الاهتزازات المختلفة السعة و متساوية الدور .

الأستاذ : د . بلـخير



θ , x
$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
t
θ , x
$\varphi = +\frac{\pi}{2}$
t
θ , x
$\varphi = 0$
t
θ , x
$\varphi = \pi$
t
$\frac{d\theta}{dt} , v$
$\varphi = \pi$
t
$\frac{d\theta}{dt} , v$
$\varphi = 0$
t
$\frac{d\theta}{dt} , v$
$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
t
$\frac{d\theta}{dt} , v$
$\varphi = +\frac{\pi}{2}$
t

II ـ الاهتزازات الحرة في دارة RLC على التسلسل

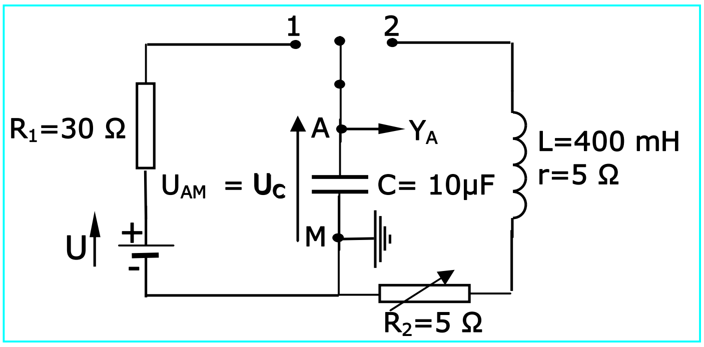
1 ـ تفريغ مكثفة في وشيعة تحريضية (R . L . C) :

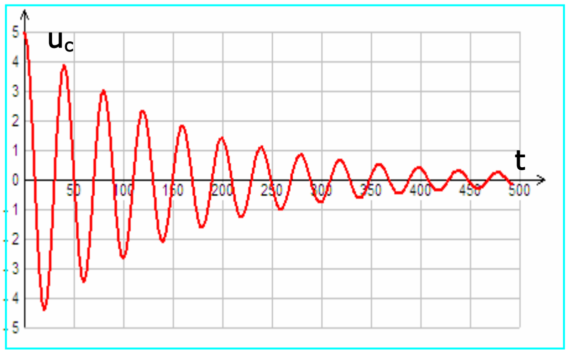
1 ـ 1 ـ الدراسة التجريبية :

1 ـ 1 ـ 1 ـ ابراز الطابع الاهتزازي للدارة (R . L . C) :

نشاط : نحقق الدارة الكهربائية التالية :

نشحن المكثفة بوضع البادلة في الموضع 1 ثم نفرغها بوضع البادلة في الوضع 2 فنحصل على البيان كمافي الشكل :





نتيجة : ان الاهتزازات الحاصلة في الدارة (R . L . C) هي اهتزازات حرة لان الدارة لا تتلقى طاقة من الوسط الخارجي و متخامدة لان سعتها تتناقص بسرعة و النظام في الدارة شبه دوري (T) .

1 ـ 1 ـ 2 ـ دراسة تأثير كل من مقاومة الدارة R و ذاتية الوشيعة L و سعة المكثفة C على شبه الدور :

نشاط : نحقق الدارة الكهربائية السابقة :

نحقق ثلاثة تجارب وفق الجدول التالي :

r (Ω)	C (μ F)	L (m H)	R_2 (Ω)	رقم التجربة
5	10	400	10 30 350	1
5	10	250 500 1000	10	2
5	20 100 200	500 و 400	10	3

*حيث $R = R_2 + r$ ،

نتيجة 1 :

* يزداد تخامد الاهتزازات في الدارة (R . L . C) كلما ازدادت المقاومة المكافئة للدارة R حيث نميز ثلاثة أنظمة :

ا ـ النظام الشبه الدوري : أي تتناقص فيه سعة الاهتزازات تدريجيا و يكون شبه الدور مستقلا عن R .

ب ـ النظام اللادوري : وعنده تتفرغ المكثفة دون أن يقم التوتر u_C باهتزازات و يؤول تدريجيا الى الصفر .

جـ ـ النظام اللادوري حرج : عنده ينعدم التوتر U_C في أقصر مدة .

نتيجة 2 :

* يزداد قيمة شبه الدور T بازدياد قيمة ذاتية الوشيعة L . أو قيمة سعة المكثفة C .

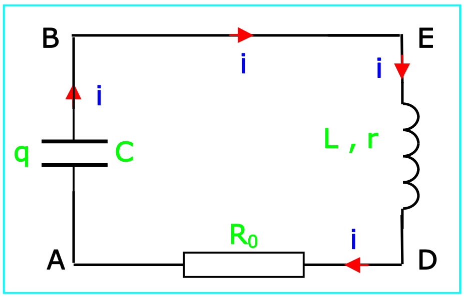
1 ـ 2 ـ الدراسة النظرية :

1 ـ 2 ـ 1 ـ حالة الاهتزازات حرة متخامدة (النظام شبه الدوري) :

* المعادلة التفاضلية للدارة الكهربائية (R . L . C) :

نحقق الدارة الكهربائية التالية : حيث المكثفة مشحونة .

بتطبيق قانون التوترات نكتب :



$$U_{AB} + U_{BE} + U_{ED} + U_{DA} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{q}{c} + 0 + ri + L\frac{di}{dt} + R_0 i = 0$$

لدينا $i(t) = \frac{dq}{dt}$ q : شحنة المكثفة ، ومنه $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ ،

نضع $R = R_0 + r$ و منه :

الأستاذ: د. بلـخير

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{c}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}+\frac{q}{Lc}=0 \quad .... (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تميز الاهتزازات الكهربائية الحرة المتخامدة في الدارة $(R \,.\, L \,.\, C)$ حلها خارج البرنامج .

1 ـ 2 ـ 2 ـ حالة الاهتزازات حرة غير متخامدة (جملة مثالية $(L \,.\, C)$:

* المعادلة التفاضلية للدارة الكهربائية $(L \,.\, C)$:

نحصل على المعادلة التفاضلية لهذه الدارة بتعويض $R = 0$ في المعادلة (1) فنجد :

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{Lc}q(t)=0$$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية بالنسبة لـ q تميز الاهتزازات الكهربائية الحرة غير المتخامدة في الدارة $(L \,.\, C)$ حلها دالة جيبية من الشكل $q(t)=Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi)$ حيث Q_0: الشحنة العظمى للمكثفة .

* العبارة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$:

لدينا :

$$q(t)=Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi) \quad\Rightarrow\quad i(t)=\frac{dq}{dt} \quad\Rightarrow$$

$$i(t)=-Q_0\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)=-I_0\sin(\omega_0 t+\varphi)$$

حيث $I_0=Q_0\omega_0$

* العبارة اللحظية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $U_C(t)$:

$$U_C(t)=\frac{q}{c}=\frac{Q_0}{c}\cos(\omega_0 t+\varphi)=U_0\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

حيث $U_0=\frac{Q_0}{C}$

* نبض الاهتزازات الحرة غير المتخامدة ω_0:

لدينا :

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{Lc}q(t)=0 \quad .... (1)$$

$$q(t)=Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi) \quad\Rightarrow\quad \frac{dq}{dt}=-Q_0\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi) \quad\Rightarrow$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-\omega_0^2Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi) \quad\Rightarrow\quad \frac{d^2q}{dt^2}=-\omega_0^2q(t) \quad\Rightarrow$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0^2q(t)=0 \quad ....(2)$$

بمطابقة العلاقتين (1) و (2) نجد :

$$\omega_0^2=\frac{1}{LC} \quad\Rightarrow\quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

* الدور الذاتي للاهتزازات الحرة غير المتخامدة T_0 :

$$T_0=\frac{2\pi}{\omega_0} \quad\Rightarrow\quad T_0=2\pi\sqrt{LC}$$

التواتر الذاتي للاهتزازات الحرة غير المتخامدة f_0 :

$$f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

2 ـ الطاقة في الدارة المهتزة :

2 ـ 1 ـ الطاقة في الدارة المثالية $(L \,,\, C)$:

2 ـ 1 ـ 1 ـ الطاقة المخزنة في المكثفة :

$$E_{(C)}=\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}$$

2 ـ 1 ـ 2 ـ الطاقة المخزنة في الوشيعة :

$$E_{(L)}=\frac{1}{2}L\,i^2(t)$$

2 ـ 1 ـ 3 ـ طاقة الدارة $(L \,.\, C)$:

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

$$E = E_{(C)} + E_{(L)} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2 \cos^2(\omega_0 t+\varphi)}{C} + \frac{1}{2} L Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t+\varphi)$$

لدينا $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ومنه

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2 \cos^2(\omega_0 t+\varphi)}{C} + \frac{1}{2} L Q_0^2 \frac{1}{LC}\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}[\cos^2(\omega_0 t+\varphi) + \sin^2(\omega_0 t+\varphi)] \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}\frac{{Q_0}^2}{C}$$

يمكن أن نبين أيضا أن طاقة الدارة هي : $E = \frac{1}{2} L I_0^2$

نتيجة : ان طاقة الدارة (L . C) مقدار ثابت في كل لحظة و نكتب :

$$E = E_C + E_L = cst \quad \Leftrightarrow \quad E = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

2 ـ 2 ـ الطاقة في الدارة الحقيقية (R , L , C) :

لدينا: $E(t) = \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C} + \frac{1}{2} L i^2(t)$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن نجد :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2C}2q\frac{dq}{dt} + \frac{1}{2}L\,2i\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + L\,i\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + L\frac{dq}{dt}\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow$$

$$\frac{dE}{dt} = (L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q(t)}{C})\frac{dq}{dt} \quad \text{..........} \quad (1)$$

لدينا من المعادلة التفاضلية : $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q(t)}{C} = -Ri$ .... (2)

من (1) و (2) نجد :

$$\frac{dE}{dt} = -Ri\frac{dq}{dt} = -Ri^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE}{dt} = -Ri^2 \quad \Rightarrow \quad E(t) \neq C^{te}$$

أي ان الطاقة في الدارة الحقيقية غير ثابتة لان جزءا منها يفقد بالتحويل الحراري بفعل جول في المقاومة الاومية و هذا هو سبب تخامد الاهتزازات .

2 ـ 3 ـ الدراسة الطاقوية للدارة المثالية L . C

* المعادلة التفاضلية للدارة المثالية (L , C) :

لدينا: $E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2 = C^{te}$

باشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن نجد :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2C}2q\frac{dq}{dt} + \frac{1}{2}L\,2i\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + L\frac{dq}{dt}\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \Rightarrow (L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q(t)}{C})\frac{dq}{dt} = 0$$

لدينا $\frac{dq}{dt} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q(t) = 0$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية بالنسبة لـ q متجانسة.

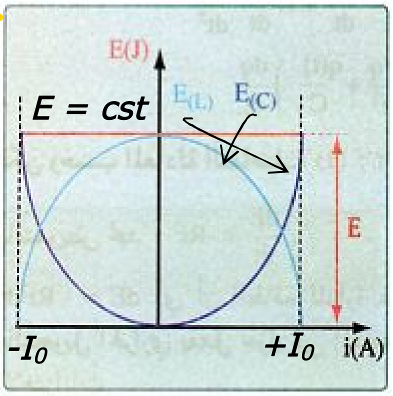
* مخططات الطاقة بدلالة شدة التيار الكهربائي في الدارة المثالية $(L\ ,\ C)$:

لرسم مخططات الطاقة نرسم العلاقات :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C} \quad *$$

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}L\,i^2(t) \quad *$$

$$E = E_{(C)} + E_{(L)} \quad *$$



مخططات الطاقة بدلالة شدة التيار الكهربائي.

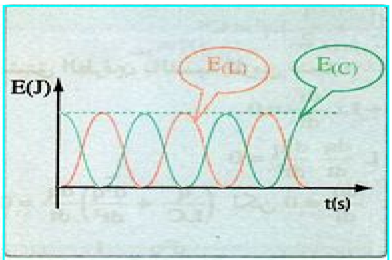
* مخططات الطاقة بدلالة الزمن في الدارة المثالية $(\ L\ .\ C\ )$:

لرسم مخططات الطاقة نرسم العلاقات :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}[\cos^2(\omega_0 t+\varphi) \quad *$$

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}L\,i^2(t) = \frac{1}{2}LQ_0^2\omega_0^2\,\sin^2(\omega_0 t+\varphi)] \quad *$$

$$E = E_{(C)} + E_{(L)} \quad *$$



مخططات الطاقة بدلالة الزمن في الدارة L, C.

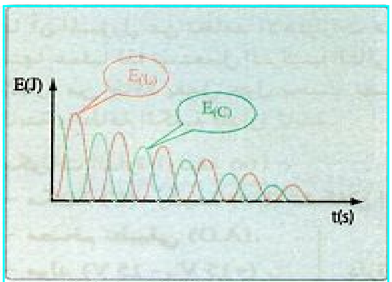
* مخططات الطاقة بدلالة الزمن في الدارة الحقيقية $(\ R\ .\ L\ .\ C)$:

لرسم مخططات الطاقة نرسم العلاقات

$$E_{(C)} = \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C} \quad *$$

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}L\,i^2(t) \quad *$$

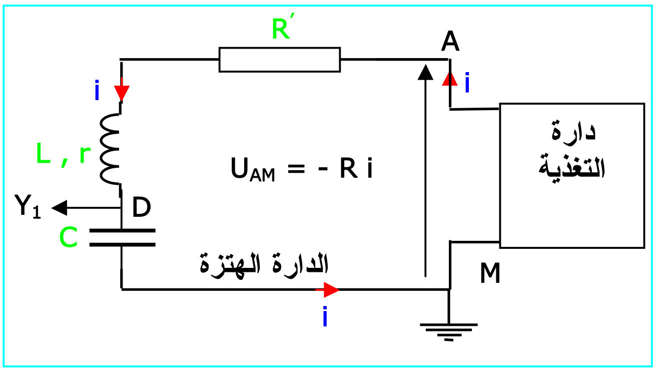
$$E = E_{(C)} + E_{(L)} \quad *$$



مخططات الطاقة بدلالة الزمن في الدارة R, L, C.

2 ـ 4 ـ تغذية الاهتزازات الكهربائية بتعويض التخامد :

ان سبب تخامد الاهتزازات هو الضياع في الطاقة و يعود ضياعها بفعل جول في مقاومة الدارة(R . L . C) و التي لايمكن التخلص منها عمليا ، لتعويض هذا الضياع نضم على التسلسل مع ثنائي القطب (R . L . C) تركيب الكتروني يدعى **تركيب ذو المقاومة السالبة** ، و الشكل المقابل يمثل التركيب الالكتروني الذي يغذي ثنائي القطب R . L . C فالطاقة الكهربائية التي يقدمها التركيب الالكتروني لثنائي القطب(R . L . C) يجب ان تكون في كل لحظة مساوية للطاقة التي تضيع بفعل جول في المقاومة المكافئة $R' + r = R$.

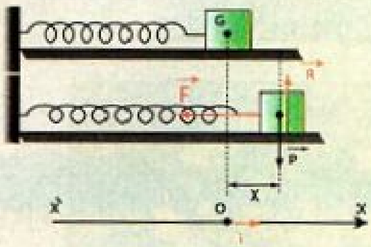


ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

التطابق بين الميكانيك و الكهرباء

التطابق ميكانيك كهرباء

اهتزازات جملة ميكانيكية حرة ومثالية



نطبق قانون نيوتن الثاني :

$$\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m\vec{a}_G$$

بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور $(O,\vec{i})$ نجد:

$$F_x = ma_{Gx}$$ ومنه

$$-kx(t)=m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x(t)=0$$

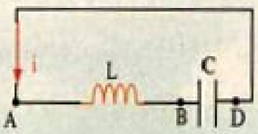
وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية بالنسبة لـ x.

حل هذه المعادلة التفاضلية هو دالة جيبية بدلالة الزمن من الشكل : $x(t)=X\cos(\omega_0 t+\varphi)$

عبارة الدور الذاتي : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

طاقة الجملة : $E=\frac{1}{2}m\,v^2(t)+\frac{1}{2}k\,x^2(t)$

اهتزازات جملة كهربائية حرة ومثالية



في الدارة المهتزة ABD حسب قانون جمع التوترات لدينا في كل لحظة :

$$u_{AB}+u_{BD}=0$$

$$L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

حيث $i=\frac{dq}{dt}$: $q=q_B$ شحنة المكثفة

$$\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=0$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تميز الاهتزازات الكهربائية الحرة غير المتخامدة في الدارة L,C .

حلها : $q(t)=Q\cos(\omega_0 t+\varphi)$

عبارة الدور الذاتي : $T_0=2\pi\sqrt{LC}$

طاقة الجملة : $E(t)=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}L\,i^2(t)$

تعيين المطابق الميكانيكي :

كتلة ونابض	R,L,C على التسلسل
المسافة : x	الشحنة الكهربائية : q
السرعة : $\frac{dx}{dt}$	شدة التيار الكهربائي: $i=\frac{dq}{dt}$
التسارع : $\frac{d^2x}{dt^2}$	مشتق التيار الكهربائي: $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$
كتلة الجسم : m	ذاتية الوشيعة : L
ثابت المرونة : k	مقلوب السعة : $\frac{1}{C}$