المستوى: 3 ع ت + ر+ ت ر الدرس رقم : 05	الوحدة : 05 تطور جملة ميكانيكية	المجال : التطورات الرتـــيبة

1 ـ مكتسبات قبلية :

1 ـ 1 ـ مبدأ انحفاظ الطاقة :

* نص مبدأ انحفاظ الطاقة :

الطاقة لا تستحدث و لا تزول،إذا اكتسبت جملة ما طاقة أو فقدتها فان هذه الطاقة تكون بالضرورة قد أخذتها من جملةً (أو جمل) أخرى أو قدمتها لها .

* معادلة انحفاظ الطاقة :

الطاقة الابتدائية للجملة + الطاقة المستقبلة - الطاقة المقدمة = الطاقة النهائية للجملة

1 ـ 2 ـ عمل قوة ثابتة :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F . AB . \cos\alpha$$

$W_{AB}(\vec{F})$: عمل القوة $\vec{F}$ (J)، F : القوة المطبقة (N)، AB : الانتقال (m)، α : الزاوية المحصورة بين $\vec{F}$ و $\vec{AB}$

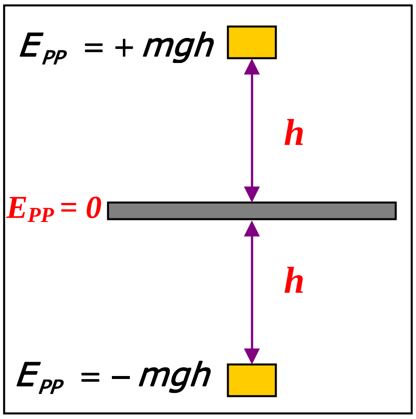
* لما يكون $W_{AB}(\vec{F}) \rangle 0$ يسمى عملا محركا . * لما يكون $W_{AB}(\vec{F}) \langle 0$ يسمى عملا مقاوما .

1 ـ 3 ـ عمل ثقل جسم :

$W(\vec{P}) = P . h$ حيث $P = m\,g$

* $W(\vec{P})$: عمل ثقل جسم (J) * P : ثقل الجسم (N) * m : كتلة الجسم (kg) * g : الجاذبية الارضية $(m\,s^{-2})$

* لما يكون الجسم نازلا يكون $W(\vec{P}) \rangle 0$ ومنه $W(\vec{P}) = +P . h$
* لما يكون الجسم صاعدا يكون $W(\vec{P}) \langle 0$ ومنه $W(\vec{P}) = -P . h$



1 ـ 4 ـ الطاقة الكامنة :

* الطاقة الكامنة الثقالية :

* $E_{PP} = +mgh$ إذا كان الجسم فوق المستوي المرجعي .
* $E_{PP} = -mgh$ إذا كان الجسم تحت المستوي المرجعي .
* E_{PP} : الطاقة الكامنة الثقالية (J) * h : ارتفاع الجسم (m) .

1 ـ 5 ـ الطاقة الحركية :

* الطاقة الحركية الانسحابية :

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

* E_C : الطاقة الحركية للجسم (J) * V : سرعة الجسم (m / s)

1 ـ 6 ـ طاقة الجملة (الطاقة الميكانيكية) :

$$E = E_C + E_P$$

2 ـ ميكا نيك نيوتن :

2 ـ 1 ـ مفاهيم أساسية في الميكانيك :

2 ـ 1 ـ 1 ـ المراجع و المعالم :

* المرجع : هو جسم صلب أو مجموعة أجسام تدرس حركة الجملة بالنسبة له و يرتبط بمعلمين.

أ ـ معلم المسافة : $(o , \vec{i})$ أو $(o , \vec{i} , \vec{j})$ أو $(o , \vec{i} , \vec{j} , \vec{k})$ حسب الحركة.

ب ـ معلم الزمن : مبدأ الأزمنة يختار لحظة بداية الحركة.

* المراجع الغاليلية (العطالية) :

تعريف : المرجع الغاليلي هو كل مرجع يتحقق فيه مبدأ العطالة.

* أمثلة عن المراجع الغاليلية (المراجع العملية)

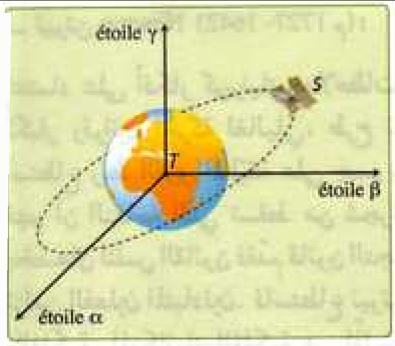
أ ـ المرجع الهيليومركزي : يتكون من المجموعة الشمسية و ثلاث نجوم ثابتة بالنسبة للمجموعة الشمسية ، حيث مبدأ معلمه مركز الشمس و محاوره موجهة نحو النجوم الثابتة و يعتبر أفضل المراجع الغاليلية .

الأستاذ : د . بلـخير

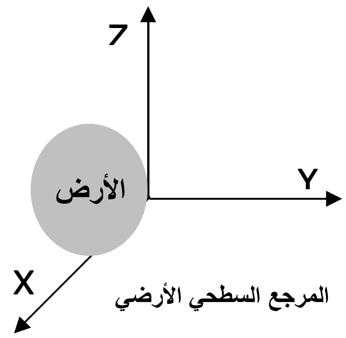
ب ـ المرجع الجيومركزي : يتكون من الأرض و ثلاث نجوم ثابتة في معلم كوبرنيك ، حيث مبدأ معلمه مركز الأرض و محاوره الثلاثة موجهة نحو النجوم الثابتة أي موازية لمحاور المعلم الشمسي بالمعلم المركزي الأرضي .

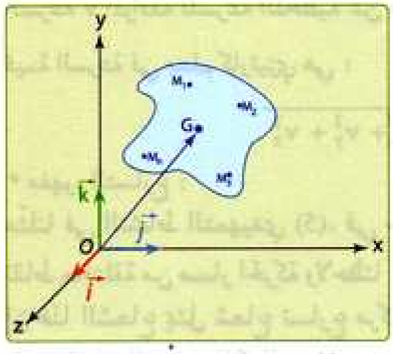
جـ ـ المرجع السطحي الأرضي : يتكون من الأرض ، حيث مبدأ معلمه نقطة من الأرض و محاوره الثلاثة مرتبطة بالأرض و هو يدور مع الأرض بالمعلم السطحي الأرضي .

المرجع الشمسي



وثيقة 27 : المرجع الجيومركزي





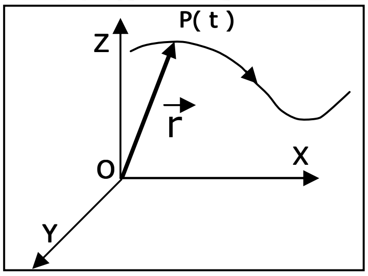
وثيقة 28 : يمثل G مركز الأبعاد المتناسبة

2 ـ 1 ـ 2 ـ مركز العطالة :

* **الجملة المعزولة :** و هي الجملة التي لا تخضع لأي مؤثر خارجي.
* **الجملة شبه المعزولة :** و هي الجملة التي تخضع لمؤثرات خارجية محصلتها معدومة .
* **مفهوم مركز العطالة :** من اجل جملة معزولة أو شبه معزولة توجد نقطة (C) تكون ساكنة أو تتحرك حركة مستقيمة منتظمة في معلم غاليلي تسمى مركز عطالة الجملة.

ملاحظة : في ميكانيك نيوتن مركز عطالة جملة (C) هو مركز الثقل (G) و الذي يمثل مركز الأبعاد المتناسبة لمجموعة النقاط العادية المكونة لها و المرفوقة بكتلتها كمعاملات و نكتب :

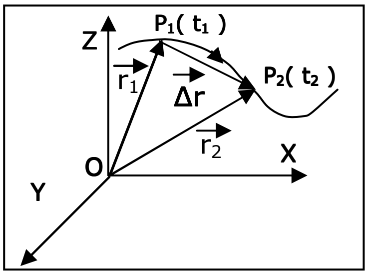
$$\vec{OG} = \frac{m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2} + \dots \quad m_n\overrightarrow{OM_n}}{m_1 + m_2 + \dots \quad m_n}$$



2 ـ 2 ـ مفهوم التسارع :

* **شعاع الموضع:** نسمي الشعاع $\vec{OP}$ بشعاع الموضع ونكتب : $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

*طويلته : $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ (m)$



* **شعاع الانتقال :** نسمي الشعاع $\vec{p_1p_2}$ بشعاع الانتقال و نكتب :

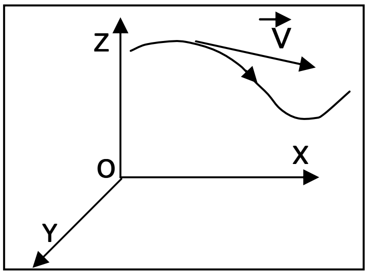
$$\vec{p_1p_2} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \vec{\Delta r} \quad \Rightarrow \quad \vec{\Delta r} = \Delta x\,\vec{i} + \Delta y\,\vec{j} + \Delta z\,\vec{k}$$

* طويلته $\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \ (m)$

شعاع السرعة المتوسطة : هو النسبة بين شعاع الانتقال و المجال الزمني الموافق لهذا الانتقال و نكتب :

$$\vec{V_m} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{V_m} = \frac{\Delta X}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta Y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta Z}{\Delta t}\vec{k}$$

* طويلته : $V_m = \sqrt{(\frac{\Delta x}{\Delta t})^2 + (\frac{\Delta y}{\Delta t})^2 + (\frac{\Delta z}{\Delta t})^2} \quad (m/s)$



*شعاع السرعة اللحظية : هو مشتقة شعاع الموضع بالنسبة للزمن و نكتب :

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \Leftrightarrow \vec{V} = V_X\vec{i} + V_Y\vec{j} + V_Z\vec{K}$$

* طويلته :

$$V = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2} \quad (m/s)$$

ملاحظة : في الحالة التي يكون لدينا التمثيل البياني الخاص بتغيرات كل إحداثية بدلالة الزمن نحسب ميل المماس أو المستقيم عند اللحظة t فنجد : V_Z , V_Y , V_X

- شعاع التسارع الوسطي : $\vec{a}_m$ هو النسبة بين تغير شعاع السرعة اللحظية $\Delta\vec{V}$ و المجال الزمني Δt و نكتب : $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$

حيث a_m ثابت خلال Δt

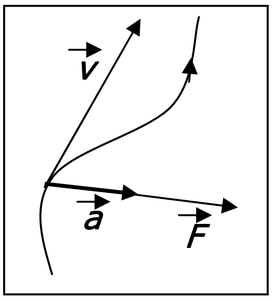
*شعاع التسارع اللحظي : $\vec{a}$ هو مشتق شعاع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن و نكتب : $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV_X}{dt}\vec{i} + \frac{dV_Y}{dt}\vec{j} + \frac{dV_Z}{dt}\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = a_X\vec{i} + a_Y\vec{j} + a_Z\vec{K}$$

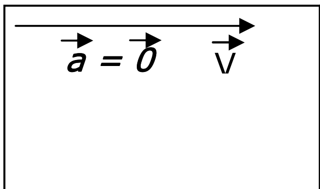
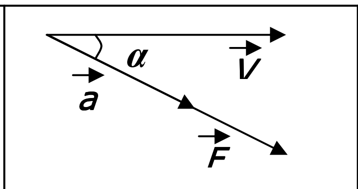
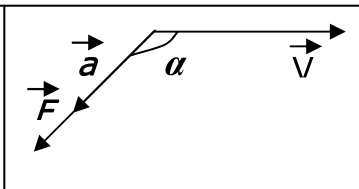
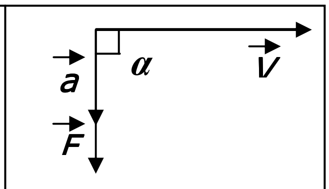
* **طويلته :**

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (m/s^2)$$

ملاحظة :



1 ـ حامل شعاع السرعة اللحظية يكون مماسيا للمسار و جهته جهة الحركة .
2 ـ حامل شعاع التسارع يكون كيفي و جهته جهة تقعر المسار.
3 ـ إذا كان $\vec{a}.\vec{V} > 0$ فان الحركة متسارعة بانتظام .
4 ـ إذا كان $\vec{a}.\vec{V} < 0$ فان الحركة متباطئة بانتظام .
5 ـ إذا كان $\vec{a}.\vec{V} = 0$ و $\vec{V} \neq 0$ فان الحركة منتظمة .
6 ـ إذا كان $\vec{a} \perp \vec{V}$ فان الحركة دائرية منتظمة .
7 ـ حامل شعاع محصلة القوى الخارجية المطبقة على جملة هو حامل شعاع التسارع واتجاهه باتجاه شعاع التسارع.

			
حركة مستقيمة منتظمة	حركة متسارعة باتظام	حركة متباطئة بانتظام	حركة دائرية منتظمة

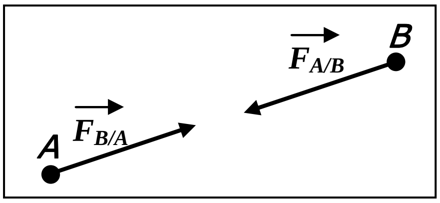
2 ـ 3 ـ القوانين الثلاثة لنيوتن :

2 ـ 3 ـ 1 ـ القانون الأول لنيوتن (مبدأ العطالة) :

« يحافظ كل جسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة اذا لم تتدخل قوة لتغيير حالته الحركية »
في مرجع غاليلي مركز العطالة G لجملة شبه معزولة
1 ـ يبقى ساكنا إذا كان ساكنا.
2 ـ يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة إذا كان متحركا.

2 ـ 3 ـ 2 ـ القانون الثاني لنيوتن (نظرية مركز العطالة) :

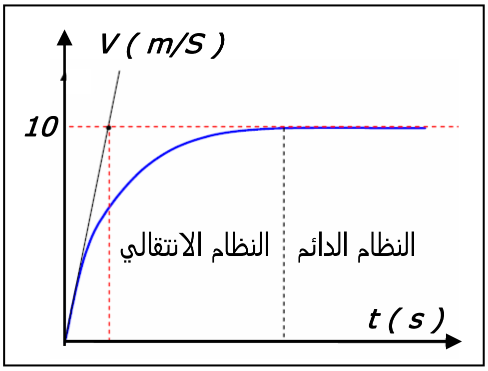
في مرجع غاليلي يكون المجموع الشعاعي لجميع القوى الخارجية المطبقة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جداء كتلتها في شعاع مركز عطالتها و نكتب : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$



2 ـ 3 ـ 3 ـ القانون الثالث لنيوتن (مبدأ الفعلين المتبادلين) :

اذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فان الجملة B تؤثر على الجملة A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تساويها في الشدة و لهما نفس الحامل و متعاكستان في الاتجاه ونكتب :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$



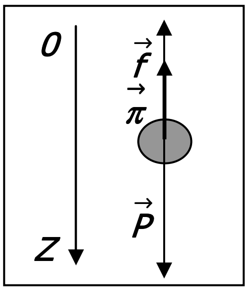
3 ـ دراسة حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء :

3 ـ 1 ـ دراسة حركة السقوط الحقيقي لجسم صلب في الهواء :

3 ـ 1 ـ 1 ـ تطور سرعة كرية بدلالة الزمن:

نترك كرية كتلتها m تسقط دون سرعة ابتدائية في الهواء لقد سمحت دراسة حركة سقوطها من رسم المنحنى كما في الشكل. يبين الشكل البياني وجود نظامين

* النظام الانتقالي : تكون فيه السرعة تتزايد بشكل سريع ثم تتناقص مع مرور الزمن.
* النظام الدائم : تكون فيه قيمة السرعة ثابتة حيث تبلغ قيمتها الحدية.
* السرعة الحدية : $V_{lim} = 10\ m/s$
* الزمن المميز : τ هو فاصلة نقطة تقاطع المماس للمنحنى عند المبدأ مع الخط المقارب.
* ملاحظة : سقوط الأجسام الصلبة في السوائل يشبه سقوطها في الهواء.



3 ـ 1 ـ 2 ـ القوى المؤثرة على الجسم الصلب :

* ثقل الجسم : هو قوة جذب الأرض للجسم هي قوة شاقولية تتجه نحو الأسفل قيمتها متناسبة مع كتلة الجسم m و نكتب : $\vec{P} = m\,\vec{g}$

P : قيمة الثقل (N) ، m : كتلة الجسم (Kg) ،

g : تسارع الجاذبية الارضية ($m\,.\,S^{-2}$) .

* دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$: كل جسم مغمور في مائع (هواء أو سائل) يخضع لقوة شاقولية تتجه نحو الأعلى تسمى دافعة أرخميدس قيمتها تساوي ثقل المائع المزاح و نكتب : $\vec{\pi} = m_{fluide}\,.\,\vec{g} = \rho\, V_S\, \vec{g}$

ρ : الكتلة الحجمية للمائع ($Kg\,.\,m^{-3}$) ، V_S : حجم الجسم الصلب (m^3) ، g : تسارع الجاذبية الأرضية ($m\,.\,s^{-2}$)

* قوة الاحتكاك $\vec{f}$: قوة شاقولية اتجاهها عكس جهة الحركة قيمتها تتعلق بقيمة السرعة .

أ ـ إذا كانت قيمة السرعة ضعيفة نكتب : $f = K\,V$

f : قيمة قوة الاحتكاك (N) ، K : معامل الاحتكاك ($N\,.\,s\,/\,m$) ، V : سرعة الجسم ($m\,/\,s$) .

ب ـ إذا كانت قيمة السرعة كبيرة نكتب : $f = K\,V^2$

3 ـ 1 ـ 3 ـ المعادلة التفاضلية للحركة :

* الجملة (الكرية) * نختار المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا و نزوده بمعلم خطي متجها نحو الأسفل $(o\,,\vec{k})$.
* القوى الخارجية المطبقة على الكرية هي : $\vec{P}$: ثقل الكرة ، $\vec{\pi}$: دافعة أرخميدس ، $\vec{f}$: قوة الاحتكاك .
* بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a} \;\Rightarrow\; \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}$$

بإسقاط العلاقة الشعاعية و اخذ القيم الجبرية نكتب : $P - \pi - f = m\,a \;\Rightarrow\; m\dfrac{dV}{dt} = m\,g - \rho\,V_S\,g - f$

وهي المعادلة التفاضلية للحركة .

1 ـ اذا كانت $f = KV$ تصبح المعادلة التفاضلية :

$$m\frac{dV}{dt} = m\,g - \rho\,V_s\,g - K\,V \quad \Rightarrow \quad \frac{dV}{dt} + \frac{K}{m}V = g\left(1 - \frac{\rho\,V_s}{m}\right)$$

و هي من الشكل $\frac{dV}{dt} + b\,V = C$

في هذه الحالةتكون عبارة السرعة الحدية : $\frac{dV}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{lim} = \frac{g(m - \rho\,V_s)}{K}$

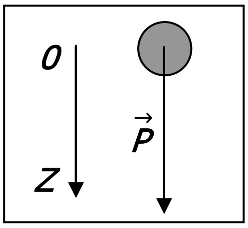
ملاحظة : لما $f = KV$ فان $\tau = \frac{m}{K}$ τ : الزمن المميز .

2 ـ اذا كانت $f = KV^2$ تصبح المعادلة التفاضلية :

$$m\frac{dV}{dt} = m\,g - \rho\,V_s\,g - K\,V^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dV}{dt} + \frac{K}{m}V^2 = \left(g - \frac{\rho\,V_s\,g}{m}\right)$$

هي من الشكل $\frac{dV}{dt} + b\,V^2 = C$

في هذه الحالة عبارة السرعة الحدية : $\frac{dV}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{lim} = \sqrt{\frac{g(m - \rho\,V_s)}{K}}$



3 ـ 2 ـ دراسة حركة السقوط الحر لجسم صلب في الهواء :

* السقوط الحر : نقول عن جسم صلب انه يقوم بحركة سقوط حر في مرجع أرضي اذا كان خاضعا لقوة جذب الارض له فقط (ثقله فقط)
* قانون السقوط الحر : في غياب القوى المقاومة كل الأجسام تسقط بنفس التسارع مهما كان حجمها أو شكلها

1 ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أكتب المعادلة التفاضلية لحركة الكريه .

2 ـ اكتب المعادلات الزمنية للحركة (التسارع ، السرعة ، الفاصلة) .

الأجوبة :

1 ـ إيجاد المعادلات التفاضلية لحركة الكرية :

* الجملة (الكرية) * نختار المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا و نزوده بمعلم $(o,\vec{k})$

* القوى الخارجية المطبقة على الكرية هي : $\vec{P}$: ثقل الكرة .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = m\,\vec{a}$

ـ بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحاور (OZ) و أخذ القيم الجبرية نجد :

$a_Z = \frac{dV_Z}{dt} = g$ وهي المعادلة التفاضلية لحركة الكرية

2 ـ كتابة المعادلات الزمنية للحركة (التسارع ، السرعة ، الفاصلة) .

* المعادلة الزمنية للتسارع $a_Z = f(t)$: $a_Z(t) = g$

* المعادلة الزمنية للسرعة $V_Z = f(t)$:

لدينا : $a_z = \frac{dV_z}{dt} = g$ بالتكامل نجد : $V_z(t) = gt + C_1$

لما $t = 0$ فان : $V_z(0) = C_1 = 0$ و منه $V_z(t) = gt$

* المعادلة الزمنية للفاصلة $Z = f(t)$:

لدينا : $V_z(t) = \frac{dz}{dt} = gt$ بالتكامل نجد : $Z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + C_2$

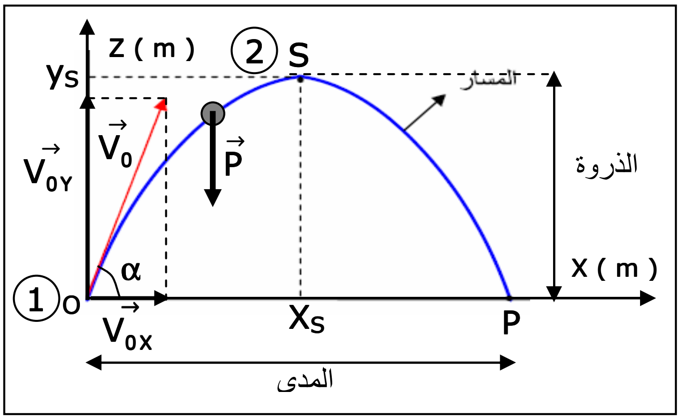
لما $t = 0$ فان : $Z = C_2 = 0$ و منه $Z(t) = \frac{1}{2}gt^2$

* ملاحظة : في الحالة العامة نكتب : $V_z(t) = g\,t + V_{0z}$. $Z(t) = \frac{1}{2} g\,t^2 + V_{0z}(t) + Z_0$

4 ـ تطبيقات :

4 ـ 1 ـ تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

4 ـ 1 ـ 1 ـ حركة القذيفة :



* **تطبيق** : نقذف في اللحظة $t = 0\,s$ كرية كتلتها m بسرعة ابتدائية $\vec{V}_0$ يصنع شعاعها زاوية α مع المستوى الافقي المار من نقطة القذف .

لقد سمحت دراسة حركتها من رسم مسار مركز عطالتها $Y = f(x)$ فتحصلنا عل المنحنى المقابل :

* الشروط الابتدائية : عند اللحظة $t_0 = 0$ فان :

$X(t_0) = 0$ ، $Y(t_0) = 0$

$V_{0X} = V_0 Cos\alpha$ ، $V_{0Y} = V_0 Sin\alpha$

* نهمل قوى الاحتكاك و دافعة أرخميدس .

1 ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أكتب المعادلات التفاضلية لحركة الكرية .

2 ـ استنتج طبيعة حركة الكرية على كل المحور و اكتب المعادلات الزمنية للحركة (التسارع ، السرعة ، الفاصلة) .

3 ـ أكتب معادلة مسار الكرية $Y = f(x)$.

4 ـ عرف الذروة و أوجد عبارتها الحرفية بدلالة g, α, V_0.

5 ـ عرف المدى أوجدوا عبارتها الحرفية بدلالة g, α, V_0.

الأجوبة :

1 ـ إيجاد المعادلات التفاضلية لحركة الكرية :

* الجملة (الكرية)

* نختار المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا و نزوده بمعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$

* القوى الخارجية المطبقة على الكرية هي : $\vec{P}$: ثقل الكرة ، $\vec{\pi}$: دافعة أرخميدس مهملة ، $\vec{f}$: قوة الاحتكاك مهملة

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\,\vec{a}$

ـ بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحاور (OX) (OY) و أخذ القيم الجبرية نجد :

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g \quad ، \quad a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0$$

وهي المعادلات التفاضلية لحركة الكرية

2 ـ استنتاج طبيعة حركة الكرية على كل المحور و ايجاد المعادلات الزمنية للحركة (التسارع ، السرعة ، الفاصلة) .

** على المحور OX :

* لدينا $a_x = 0$ ومنه حركة القذيفة على المحور OX هي حركة مستقيمة منتظمة .

* المعادلة الزمنية للتسارع $a_x = f(t)$: $a_x(t) = 0$

* المعادلة الزمنية للسرعة $V_x = f(t)$:

لدينا : $a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0$ بالتكامل نجد : $V_x(t) = C_1$

لما $t = 0$ فان : $V_x(0) = C_1 = V_0 Cos\alpha$ و منه $V_x(t) = V_0 Cos\alpha$

* المعادلة الزمنية للفاصلة $X = f(t)$:

لدينا $V_x(t) = \frac{dX}{dt} = V_0 Cos\alpha$ بالتكامل نجد $X(t) = V_0 Cos\,\alpha\, t + C_2$

لما $t = 0$ فان : $X(0) = C_2 = 0$ ومنه $X(t) = V_0 Cos\alpha\, t$

** على المحور OY :

* لدينا $a_Y = -g = cst$ ومنه حركة القذيفة على المحور Oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

* المعادلة الزمنية للتسارع $a_Y = f(t)$: $a_y(t) = -g$

* المعادلة الزمنية للسرعة $V_Y = f(t)$:

لدينا : $a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g$ بالتكامل نجد : $V_y(t) = -gt + C_1'$

لما t = 0 فان : $V_y(0) = C_1' = V_0 Sin\alpha$ و منه $V_y(t) = -gt + V_0 Sin\alpha$

* المعادلة الزمنية للفاصلة $Y = f(t)$:

لدينا $V_Y(t) = \frac{dY}{dt} = -gt + V_0 Sin\alpha$ بالتكامل نجد $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 Sin\,\alpha\, t + C_2'$

لما t = 0 فان : $y(0) = C_2' = 0$ ومنه $Y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 Sin\alpha\, t$

3 ـ معادلة المسار $Y = f(x)$: لدينا

لدينا :

$$X(t) = V_0 Cos\alpha\, t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{X}{V_0 Cos\alpha} \quad .... \quad (1)$$

$$Y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 Sin\alpha\, t \quad .... \quad (2)$$

نعوض (1) في (2) نجد :

$$Y = -\frac{g}{2V_0^2 Cos^2\alpha}X^2 + tan\,\alpha\, X$$

4 ـ تعريف الذروة و أيجاد عبارتها الحرفية بدلالة g, α, V_0.

* تعريف الذروة : هي أعظم ارتفاع يبلغه الجسم الصلب .

* عند الذروة يكون شعاع السرعة أفقيا أي :

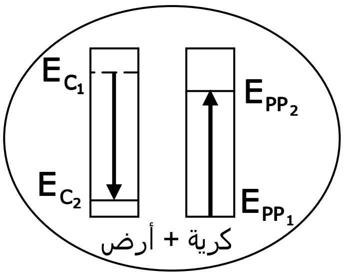
$$V_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad V_Y(t_s) = -gt_s + V_0 Sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad t_s = \frac{V_0 Sin\alpha}{g} \quad ...... \quad (1)$$

لدينا

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 Sin\alpha\, t \quad .... \quad (2)$$

بتعويض (1) في (2) نجد :

$$Y_S = \frac{V_0^2 Sin^2\alpha}{2g}$$



* ايجاد عبارة الذروة بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة :

- الجملة (كرية + أرض)

- الحصيلة الطاقوية بين الوضعين (1) و (2)

- بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة نكتب :

$$E_{C_1} + E_{PP_1} = E_{C_2} + E_{PP_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mV_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mV^2 + mgY$$

حيث عند الذروة : $V_{OY} = 0 \quad \Rightarrow \quad V = V_X = V_0 Cos\,\alpha$

ومنه :

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 Cos^2\alpha + mgz_S \quad \Rightarrow \quad gY_S = \frac{1}{2}V_0^2(1 - Cos^2\alpha) \quad \Rightarrow \quad Y_S = \frac{V_0^2 Sin^2\alpha}{2g}$$

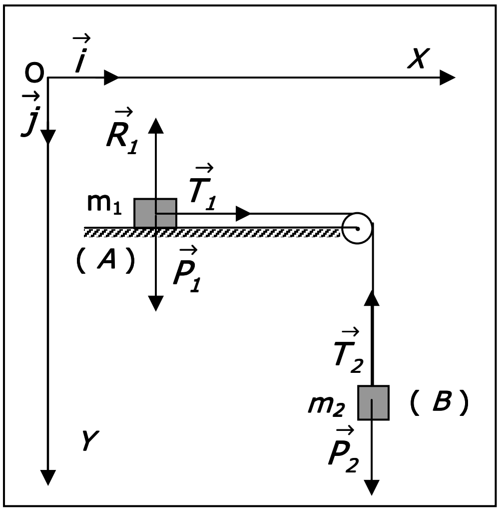
5 ـ تعريف المدى و ايجاد عبارتها الحرفية بدلالة g, α, V_0.

*تعريف المدى : هو أقصى مسافة أفقية يقطعها الجسم الصلب بين موضع القذف و موضع السقوط .

* عند المدى تكون : $Y = 0$ تعطى : $2Cos\,\alpha\;\; Sin\,\alpha = Sin\;2\alpha$

$$-\frac{g}{2V_0^2 Cos^2\alpha}X^2 + tan\,\alpha\, X = 0 \quad \Rightarrow \quad X(-\frac{g}{2V_0^2 Cos^2\alpha}X + tan\,\alpha) = 0$$

$$X \neq 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} X + \tan\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X_P = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}}$$



4 ـ 1 ـ 2 ـ الحركة على مستوى أفقي :

*** تطبيق :**

يتحرك جسم (A) كتلته m_1 و مركز عطالته G_1 ابتداء من السكون على مستوى أفقي دون احتكاك بتأثير السقوط الشاقولي للجسم (B) كتلته m_2 و مركز عطالته G_2 الجسمان مربوطان بخيط مهمل الكتلة و غير قابل للامتطاط و يمر على محز بكرة ثابتة مهملة الكتلة بامكانها الدوران دون احتكاك حول محور افقي كما في الشكل المطلوب ايجاد :

1 ـ عبارة تسارع كل من مركز العطالة G_1 ، G_2 بدلالة m_1 ، m_2 ، g و استنتاج طبيعة الحركة للجسمين (B)،(A)

2 ـ عبارة توتر الخيط بدلالة m_1 ، m_2 ، g .

*** الحـل :**

1 ـ عبارة تسارع كل من G_1 ، G_2 بدلالة m_1 ، m_2 ، g

* نختار المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا و نزوده بمعلم $(o , \vec{i} , \vec{j} , \vec{k})$

*** الجملة (A) :**

ـ القوى الخارجية المطبقة على(A) هي $\vec{P}_1$: الثقل ، $\vec{T}_1$: توتر الخيط ، $\vec{R}$: فعل المستو .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على G_1 :
$$\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R} = m_1 \vec{a}$$

ـ بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور OX و أخذ القيم الجبرية :
$$\boxed{T_1 = m_1 a} \quad .... \quad (1)$$

*** الجملة (B) :**

ـ القوى الخارجية المطبقة على (B) هي $\vec{P}_2$: الثقل ، $\vec{T}_2$: توتر الخيط .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على G_2 :
$$\sum \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}$$

ـ بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور OY و أخذ القيم الجبرية نجد :
$$\boxed{m_2 g - T_2 = m_2 a} \quad .... \quad (2)$$

بما أن البكرت مهملة الكتلة : $\boxed{T_1 = T_2}$

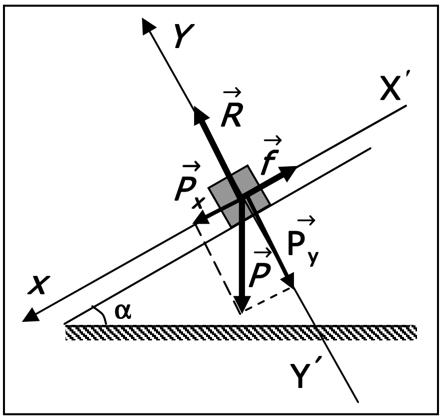
نجمع (1) و (2) نجد :
$$m_2 g = (m_1 + m_2) a \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}}$$

*** استنتاج طبيعة الحركة للجسمين (B) و (A) :**

المسار مستقيم ، $a \times v \rangle 0 \quad \Rightarrow \quad a = cte \rangle 0$ و $V \rangle 0$

و منه حركة الجسمين (B) و (A) مستقيمة متسارعة بانتظام

2 ـ عبارة توتر الخيط بدلالة m_1 ، m_2 ، g :
$$T_1 = m_1 a \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}$$



4ـ 1 ـ 3 ـ الحركة على مستوى مائل :

*** تطبيق :**

ينزلق جسم صلب (s) كتلته m و مركز عطالته G ابتداء من السكون على طول خط الميل الاعظم لمستوى مائل يضع الزاوية α ، نفرض ان قوى الاحتكاك تكافئ قوة ثابتة توازي المستوى و تعاكس جهة الحركة .

*أوجد عبارة تسارع مركز العطالة G بدلالة: α , f , g , m

الحـــل :

عبارة تسارع مركز العطالة G بدلالة : α , f , g , m

* الجملة (S) :

- نختار المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا و نزوده بمعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

ـ القوى الخارجية المطبقة على(A) هي :

$\vec{P}$: الثقل ، $\vec{f}$: قوة الاحتكاك ، $\vec{R}$: فعل المستو .

لدينا : $P_X = PSin\,\alpha$ $\qquad$ $P_Y = PCos\,\alpha$

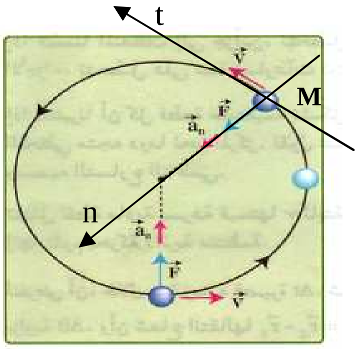
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على G : $\vec{P}+\vec{f}+\vec{R}=m\,\vec{a} \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext}=m\,\vec{a}$

ـ بإسقاط العلاقة الشعاعية و أخذ القيم الجبرية نجد :

على المحور $x'x$: (1) ... $P_X - f = m\,a \Rightarrow P\sin\alpha - f = ma \Leftrightarrow mg\sin\alpha - f = ma$

على المحور $y'y$: (2) .... $R - P_Y = 0 \Rightarrow R - P\cos\alpha = 0$

من (1) نجد : $a = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$



5 ـ شرح حركة كوكب او قمر اصطناعي :

5 ـ 1 ـ الحركة الدائرية المنتظمة :

5 ـ 1 ـ 1 ـ تعريف :

تكون الجملة المادية في حركة دائرية منتظمة اذا كان مسارها دائريا و شعاع سرعتها الخطية ثابت القيمة ومتغير المنحى (الحامل) و الجهة و خاضعة لقوة جاذبة مركزية .

5 ـ 1 ـ 2 ـ العلاقة بين السرعة الزاوية ω و السرعة الخطية V: $V=\omega\,.\,r$

V : قيمة شعاع السرعة الخطية (m/s) $\quad$ ω : السرعة الزاوية (rad/s)

r :نصف قطر المسار الدائري (m)

5 ـ 1 ـ 3 ـ شعاع التسارع:

نعتبر نقطة عادية تقوم بحركة دائرية منتظمة نصف قطر مسارها الدائري هو r، بسرعة ثابتة v ، و بتسارع $\vec{a}$ يعطى في معلم فريني $(\vec{t},\vec{n})$ بالعلاقة : $\vec{a}=a_t\,\vec{t}+a_n\,\vec{n}$ $\quad$ a : تسارع الحركة (m/s^2) .

a_n : التسارع النظامي للحركة (m/s^2) . $\quad$ a_t : التسارع المماسي للحركة (m/s^2) .

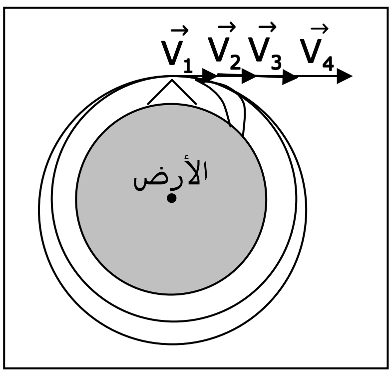
حيث : * $a=a_n=\dfrac{V^2}{r}=\omega^2 r$ ، * $a_t=\dfrac{dV}{dt}$ * طويلته هي : $a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$

لدينا : $a=a_n=\dfrac{V^2}{r}=\omega^2 r \Rightarrow (V=cte \Rightarrow a_t=\dfrac{dV}{dt}=0 \;,\; a_n=\dfrac{V^2}{r}=\omega^2 r)$

5 ـ 1 ـ 4 ـ دور الحركة :

* الدور : هو المدة الزمنية اللازمة لانجاز دورة واحدة و نرمز له بالرمز T و يعطى بالعلاقة : $T=\dfrac{2\pi r}{V}=\dfrac{2\pi}{\omega}$

5 ـ 2 ـ الحركة الدائرية المنتظمة للكواكب و الأقمار الاصطناعية :



5 ـ 2 ـ 1 ـ وضع القمر الاصطناعي في مداره :

تشكل مدارات الأقمار الاصطناعية مثالا مهما للحركة الدائرية المنتظمة
تصور نيوتن مدفعا موجود في أعلى قمة جبل يقذف كريات ابتدائية مماسية لقمة الجبل

- من اجل سرعة ابتدائية $\vec{V}_1$ تأخذ مسار قطع مكافئ و تسقط على الأرض .
- من أجل سرعة ابتدائية $\vec{V}_2$ أكبر تذهب بعيدا قبل ان تسقط على الارض .
- من اجل سرعة ابتدائية $\vec{V}_3$ أكبر تأخذ مسار دائري .
- من أجل سرعة ابتدائية $\vec{V}_4$ أكبر تأخذ مسار اهليليجا.

و بهذه الطريقة توضع الاقمار الاصطناعية في مداراتها من اجل سرعات معينة و ثابتة .

5 ـ 2 ـ 2 ـ القمر الاصطناعي الجيو مستقر : هو قمر يدور مع الأرض في نفس جهة دورانها ، وله نفس دور الأرض حول محورها (يعتبر ساكنا بالنسبة للأرض)

5 ـ 2 ـ 3 ـ السرعة المدارية و الدور المداري :

نعتبر نقطة مادية S_1 كتلتها m تدور حول جسم مستقر S_2 كتلته M بسرعة شعاعها $\vec{V}$ تبتعد عن مركز الجسم بمسافة r

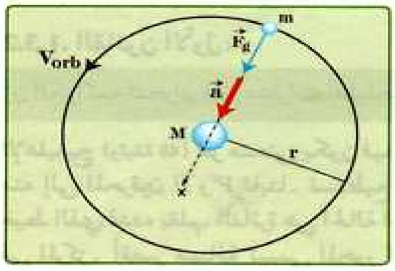
الأستاذ: د. بلـخير

- الجملة (m) - القوى الخارجية المؤثرة على (m) هي $\vec{F}$ قوة التجاذب.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F} = m\,\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$

ـ بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور $X'X$ و أخذ القيم الجبرية نجد :

$$F = m\,a_n \quad \Leftrightarrow \quad F = m\frac{V^2}{r} \quad ...... \quad (1)$$



جسم كتلته m في مدار حول جسم مركزي كتلته M.

لدينا قانون الجذب العام :

$$F = G\frac{m\,M}{r^2} \quad .... \quad (2)$$

من (1) و (2) نجد :

- السرعة المدارية : $V = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$

G : ثابت التجاذب الكوني ، $G = 6.67\times10^{-11}\ N.m^2.Kg^{-2}$

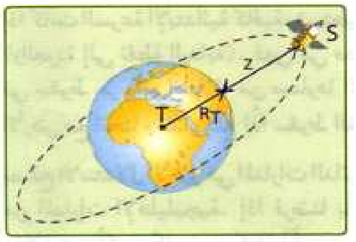
* الدور المداري : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM}}$ $\Leftrightarrow$ $T = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{\dfrac{GM}{r}}}$ $\Rightarrow$ $T = \dfrac{2\pi r}{V}$

5 ـ 2 ـ 4 ـ السرعة المدارية و دور الكواكب :

بنفس الطريقة نستخرج السرعة المدارية و الدور للكوكب التي تدور حول الشمس .

- السرعة المدارية : $V = \sqrt{\dfrac{G\,M_S}{r}}$ * الدور المداري : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_S}}$

M_S : كتلة الشمس (Kg) ، r : البعد بين مركز الكوكب ومركز الشمس (m)



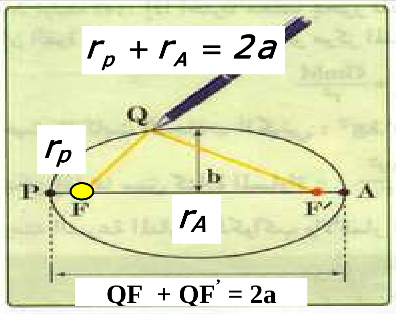
حركة القمر الإصطناعي (S) مدروسة في المرجع المركزي الارضي.

5 ـ 2 ـ 5 ـ السرعة المدارية و دور الأقمار الاصطناعية :

باستعمال العلاقات السابقة نستخرج السرعة المدارية و الدور للأقمار الاصطناعية التي تدور حول الارض.

- السرعة المدارية : $V = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$

- الدور المداري : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_T}}$



يمثل F و F' محرقا إهليج طول محوره الكبير 2a وطول محوره الصغير 2b.

$r = R + Z$ r : البعد بين القمر الاصطناعي ومركز الأرض (m) ،

R : نصف قطر الأرض(m) ،

Z : البعد بين القمر الاصطناعي وسطح الأرض (m) ،

M_T : كتلة الأرض (Kg)

ملاحظة : ان كتلة الكواكب أو الأقمار الاصطناعية لا تؤثر على السرعة المدارية أو الدور

5 ـ 3 ـ قوانين كبلر:

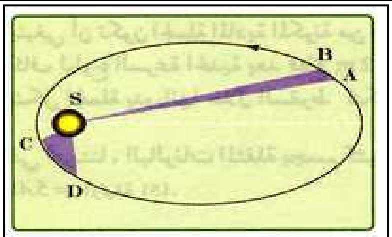
أ ـ القانون الأول (قانون المدارات) :

إن الكواكب تتحرك وفق مدارات اهليلجية (قطوع ناقصة) تمثل الشمس إحدى محرقيها .

* $2a$: طول المحور الكبير * $2b$: طول المحور الصغير

* نسمي النقطة P بنقطة الراس الأقرب $(perihelie)$.

* نسمي النقطة A بنقطة الراس الأبعد $(aphelie)$.



المساحتان الممسوحتان SAB و SCD خلال مجالات زمنية متساوية، متساويتان.

ب ـ القانون الثاني (قانون المساحات) :

إن المستقيم الرابط بين مركز الشمس و مركز الكوكب يسمح مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية .

ملاحظة : تكون سرعة الكوكب اصغر لما يكون في الوضع A و تكون اعظمية لما يكون في الوضع P

جـ ـ القانون الثالث (قانون الدور الفلكي) :
مربع الدور المداري لكوكب يتناسب طردا مع مكعب البعد المتوسط
(نصف طول المحور الكبير) للمدار الاهليليجي و نكتب :

$$T^2 = K\,a^3 \quad \Rightarrow \quad K = \frac{T^2}{a^3}$$

K : ثابت صالح لكل الكواكب و مستقل عن كتلة الكوكب .

* الثابت K بالنسبة للكواكب التي تدور حول الشمس :

لدينا الدور المداري :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_S}} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{4\pi^2}{GM_S}$$

* الثابت K بالنسبة للقمر و الأقمار الاصطناعية التي تدور حول الأرض :

لدينا الدور المداري :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_T}} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

6 ـ حدود ميكانيك نيوتن :

ان للميكانيك الكلاسيكي أي ميكانيك نيوتن حدودا فهو يسمح لنا بدراسة التطور الزمني للجملة على المستوى الماكروسكوبي (العياني) ولكن تظهر في تطبيقه نقائص عندما يستعمل لتفسير ظواهر فيزيائية على المستويين اللامتناهيين في الكبر وفي الصغر .

6 ـ 1 ـ فرضية انشتاين :

افترض انشتاين ان الكم الطاقوي عبارة عن كمة من الطاقة تحملها جسيمات ذات كتلة وشحنة مهملين و تتحرك بسرعة الضوء في الفراغ تدعى هذه الجسيمات الفوتونات.

حيث تحمل كل جسيمة كمة من الطاقة الاشعاعية قدرها :

$$E = h\nu = h\frac{C}{\lambda}$$

E : الطاقة الاشعاعية (j) . h : ثابت بلانك $h = 6.62 \times 10^{-34}\ j.s$.

$\nu = f$: تواتر الاشعاع الضوئي (HZ) . C : سرعة الضوء في الخلاء (m/s) .

λ : طول موجة الاشعاع في الخلاء (m) .

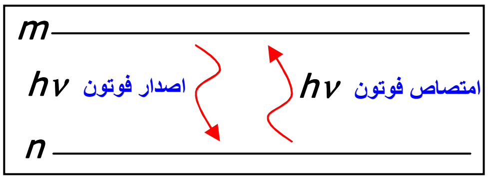
6 ـ 2 ـ مستويات الطاقة :

6 ـ 2 ـ 1 ـ الاطياف الذرية :

أ ـ أطياف الانبعاث : وهي الاطياف التي نحصل عليها عندما يصدر الجسم ضوءا .

ب ـ أطياف الامتصاص : وهي الاطياف التي نحصل عليها عندما يمتص الجسم ضوءا .

6 ـ 2 ـ 2 ـ تفسير الاطياف الذرية :



* فرضيات نيلزبور :

1 ـ تتحرك الالكترونات في الذرة في مدارات دائرية معينة (مكممة) تكون فيها الذرة المستقرة ويتميز كل مدار بطاقة معينة تسمى سوية الطاقة .

2 ـ ان انتقال الالكترون من سوية الطاقة الى سوية طاقة أخرى يصاحبه امتصاص او فقدان طاقة على شكل اشعاعات ضوئية وحيدة اللون طاقته هي :

$$E_m - E_n = h\nu$$

E_m : الطاقة عند السوية العليا (j) ، E_n : الطاقة عند السوية السفلى (j)

6 ـ 2 ـ 3 ـ سويات الطاقة في ذرة الهيدروجين :

ان القيم الممكنة للطاقة في ذرة الهيدروجين بالالكترون فولط . تعطى بالعلاقة :

$$E = -\frac{13,6}{n^2}$$

E : طاقة ذرة الهيدروجين عند السوية n

n : العدد الكمي الرئيسي يأخذ القيم $1, 2, 3, \ldots\ldots \infty$

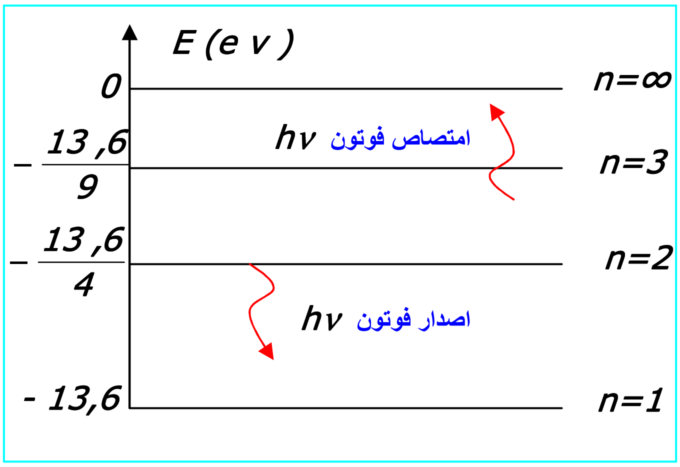
والشكل يمثل مختلف سويات الطاقة في ذرة الهيدروجين .

* من اجل $n = 1$ $E = -13.6\,ev$ تكون الذرة في حالتها الاساسية

* من اجل $n = \infty$, $E = 0$ الالكترون ينفصل على الذرة (الذرة تتشرد)

* من أجل $\infty > n > 1$ فان $0 > E > -13.6\,ev$ الذرة تكون مثارة .

الأستاذ : د . بلـخير

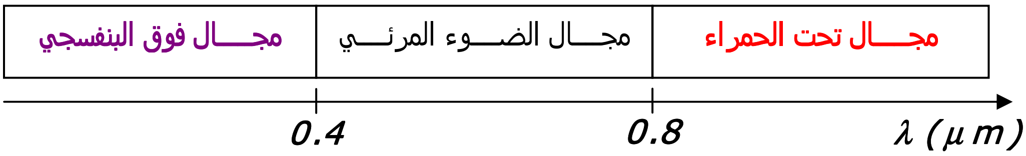


*** نتيجة :**

1 ـ ان طاقة الذرة (الكترون ـ بروتون) مكممة عكس طاقة الجملة (كوكب ـ قمر) غير مكممة.

2 ـ ان تكميم سويات الطاقة يسمح بتفسير أطياف الامتصاص و الانبعاث في الذرات .

ملاحظة : تعطى أطوال موجات الاشعاع الضوئي كما هو مبين في المخطط :



ملاحظة :

*** الوحدات الدولية :**

المقدار الأساسي	الاسم	الرمز
الطول	المتر	m
الكتلة	الكيلوغرام	kg
الزمن	الثانية	s
شدة التيار الكهربائي	الأمبير	A
درجة الحرارة	الكلفن	K
كمية المادة	المول	mol
الشدة الضوئية	الكانديلا	cd