المجال : التطورات الرتـــيبة	الوحدة 03 : الظواهر الكهربائية	المستوى: 3 ع ت + ر+ ت ر الدرس رقم : 03

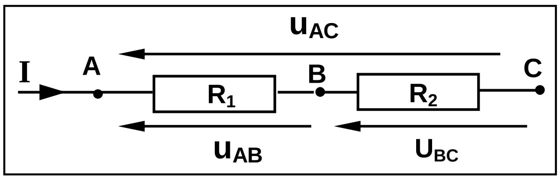
1 ـ مكتـــسبات قبـــــلية :

1 ـ 1 التيار الكهربائي المستمر : هو كل تيار كهربائي شدته ثابتة بدلالة الزمن .

1ـ 2 التيار الكهربائي المتناوب : هو كل تيار كهربائي شدته متغيرة بدلالة الزمن .

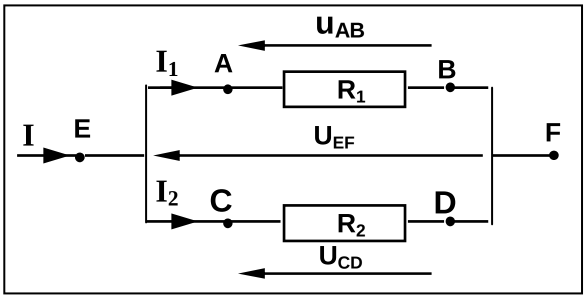
1 ـ 3 ـ قانون التواترات :

أ ـ حالة الدارة المتسلسلة :



$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$$

ب ـ حالة الدارة المتفرعة :



$$U_{EF} = U_{AB} = U_{CD}$$

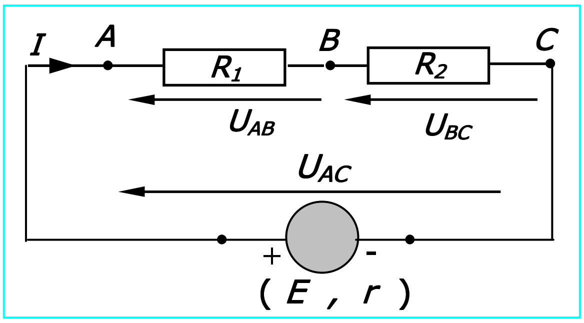
جـ ـ قانون العروات :

* العروة : هي كل اطار مغلق مثل العروة $ABCA$.

حسب قانون التوترات :

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \quad \Leftrightarrow$$
$$U_{AB} + U_{BC} - U_{AC} = 0 \quad \Leftrightarrow$$
$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$$

نتيجة : مجموع توترات العروة الواحدة معدوم .

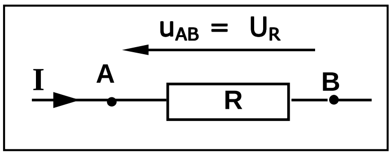


1 ـ 4 ـ قانون الشدات :

أ ـ حالة الدارة المتسلسلة : $I = cte$ (ثابت)

ب ـ حالة الدارة المتفرعة : $I = I_1 + I_2$

1 ـ 5 ـ قانون اوم بين طرفي الناقل الأومي :



$$U_R = R \cdot I$$

R : مقاومة الناقل الاومي (أوم Ω) .

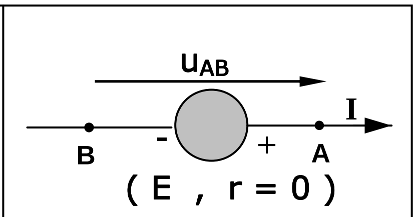
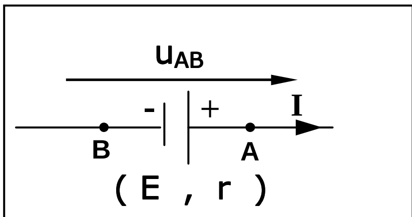
1 ـ 6 ـ قانون اوم بين طرفي مولد التوتر :

ملاحظة : يجب التفريق بين مولد التوتر و مولد التيار .

مولد التوتر : تبقى E ثابتة مهما كانت الدارة .

مولد للتيار : تبقى I ثابتة مهما كانت الدارة .

مثال : الدينامو .

	
$U_{AB} = E$ مــولد مثالي	$U_{AB} = E - rI$ مـــــــــولد

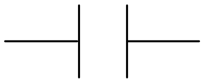
الأستاذ : د . بلـخير

2 ـ المكثفات و ثنائي القطب RC :

2 ـ 1 ـ خصائص المكثفة :

2 ـ 1 ـ 1 ـ وصف المكثفة :

تتكون المكثفة من صفيحتين ناقلتين تفصل بينهما مادة عازلة للكهرباء (الهواء ، خزف ، ميكا ، ورق ، شمع ، .....) تدعى كل صفيحة لبوس المكثفة ويرمز لها بالرمز :

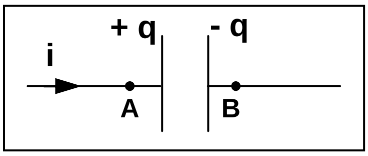


2 ـ 1 ـ 2 ـ العلاقة بين شحنة مكثفة q و شدة التيار i :

شدة التيار الكهربائي هي كمية الكهرباء Δq التي تجتاز ناقل خلال مجال زمني Δt تعطى بالعلاقة : $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$

Δq : كمية الكهرباء (كولوم C) . I : شدة التيار الكهربائي (امبير A) . Δt : المدة الزمنية (ثانية S) .

لما $\Delta t \rightarrow 0$ نكتب $i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i\, dt$



ملاحظات :

1 ـ نرمز للمقادير اللحضية (المقادير التي تتغير بتغير الزمن) بالرموز الصغيرة (q , u , i) ، ونرمز لقيمها العظمى بالرموز الكبيرة (Q , U , I)أو(Q_0 , U_0 , I_0) .

2 ـ $q_A = q_B = q$.

3 ـ اذاكان $i \rangle 0$ فان شحنة المكثفة q تتزايد (شحن المكثفة) .

4 ـ اذاكان $i \langle 0$ فان شحنة المكثفة q تتناقص (تفريغ المكثفة) .

2 ـ 1 ـ 3 ـ سعة المكثفة :

وجد تجريبيا أن كمية الكهرباء q تتناسب طردا مع التوتر الكهربائي بين طرفيها u_C حيث :

$$C = \frac{q}{u_c} \Rightarrow q = C \,.\, u_c$$

q : شحنة المكثفة (C) . u_C : التوتر بين طرفي المكثفة (V) .

C : سعة المكثفة (فاراد F) .

* الفاراد وحدة كبيرة جدا أمام سعات المكثفات المستعملة ولهذا تقدر في الغالب بأجزاء الفاراد وهي :

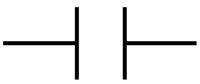
الميكروفاراد (μF) : $1\ \mu F = 10^{-6}\ F$

النانوفاراد (ηF) : $1 \eta F = 10^{-9}\ F$.

البيكو فاراد (Pf) : $1pF = 10^{-12}\ F$.

2 ـ 1 ـ 4 ـ أنواع المكثفات :

أ ـ المكثفة المستوية (غير مستقطبة) : مكثفة لبوساها مستويان متوازيان البعد بينهما (d) و سطح كل منهما (S) سعتها تعطى بالعلاقة :

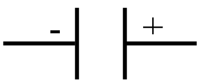


$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

حيث $\varepsilon = \varepsilon_0\, \varepsilon_r$ ε : ثابت العزل الكهربائي ، ε_0 : ثابت العزل الكهربائي المطلق للفراغ

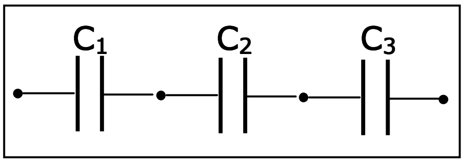
$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ (F . m^{-1})$ ε_r : ثابت العزل الكهربائي النسبي (يميز العازل) .

ب ـ المكثفات الالكتروكيميائية (مستقطبة) :

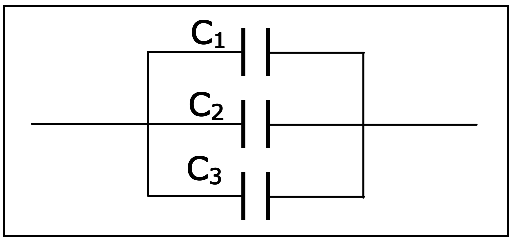


2 ـ 1 ـ 5 ـ ربط المكثفات :

أ ـ الربط على التسلسل : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

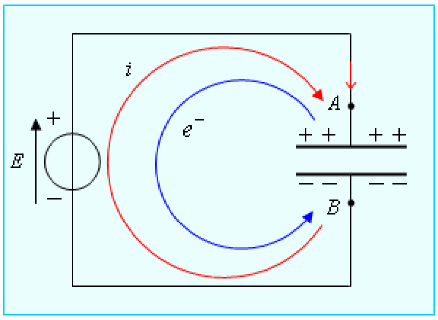


ب ـ الربط على التفرع : $C = C_1 + C_2 + C_3$



2 ـ 1 ـ 6 ـ التفسير المجهري لشحن و تفريغ مكثفة :

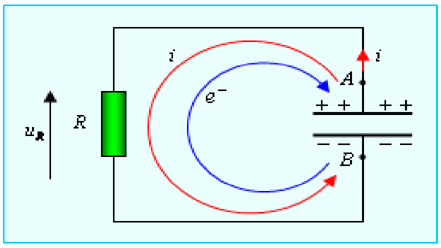
أ ـ حالة الشحن :



ان التيار المار في الدارة ناتج عن انتقال الالكترونات نحو اللبوس B لكن وجود العازل لايسمح بانتقال الالكترونات الى اللبوس A لذا تتراكم عند اللبوس B و يشحن سلبا ، في نفس الوقت تغادر الالكترونات اللبوس A و يشحن موجبا ، عندما يصبح عدد الالكترونات التي تغادر اللبوس A مساويا لعدد الالكترونات التي تصل الى اللبوس B نقول أن عملية الشحن انتهت وأصبحت المكثفة مشحونة و يتحقق عندها :

$q_A = -q_B$ نسمي q_A و q_B شحنة المكثفة .

ب ـ حالة التفريغ :

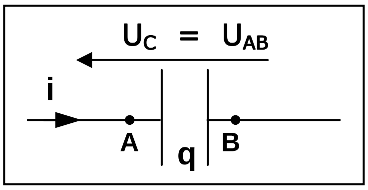


ان الالكترونات المتراكمة على اللبوس B عند الشحن ، تنتقل عبر اسلاك التوصيل و عبر المقاومة الى اللبوس A فيمر بذلك تيار كهربائي في الاتجاه المعاكس و يتناقص مع مرور الزمن حتى يتوقف فنقول أن المكثفة فرغت .

نتيجة :

تخزن المكثفة أثناء شحنها كمية من الكهرباء و تعيدها أثناء التفريغ .

2 ـ 1 ـ 7 ـ العلاقة بين شدة التيار و التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة :

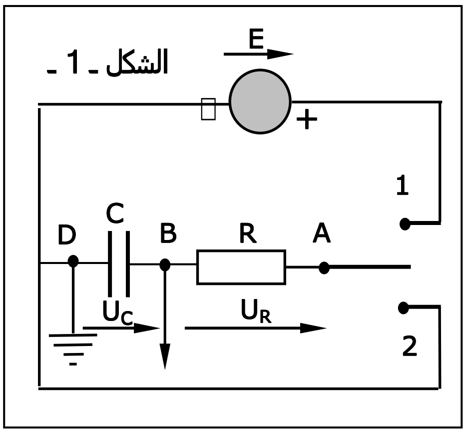


لدينا : $q(t) = C \cdot U_C(t)$ ، $i(t) = \frac{dq}{dt}$

$$\Rightarrow \quad i(t) = \frac{d[C \cdot U_C(t)]}{dt} \quad \Rightarrow \quad i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}$$

3 ـ تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة :

3 ـ 1 ـ الدراسة التجريبية : (TS MICROMEGA)



نشاط : نحقق الدارة المبينة في الشكل ـ 1 ـ :

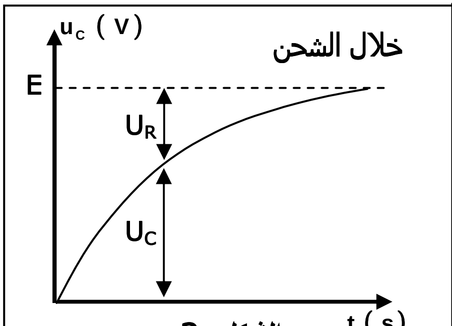
* مولد لتوتر ثابت مثالي (E = 12 V , r = 0) .
* مكثفة سعتها (C = 15.5 µ F) .
* ناقل اومي (R = 100 K Ω) .

حالة الشحن :

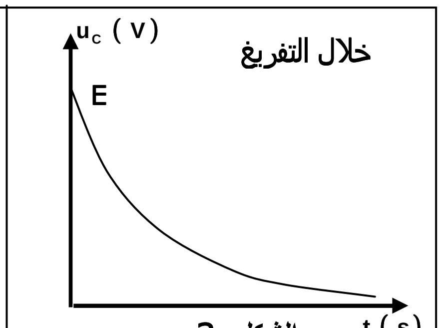
نضع البادلة على الموضع 1 فتشحن المكثفة فيظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحني $U_C = f(t)$ كما في الشكل ـ 2 ـ .

حالة التفريغ :

نضع البادلة على الموضع 2 فتتفرغ المكثفة فيظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحني $U_C = g(t)$ كما في الشكل ـ 3 ـ .



الشكل - 2 -



الشكل - 3 -

3 ـ 2 ـ ثابت الزمن τ للدارة RC :

* نسمي الجداء RC بثابت الزمن τ لثنائي القطب RC وحدته الثانية (S) و نكتب : $\tau = R\,C$

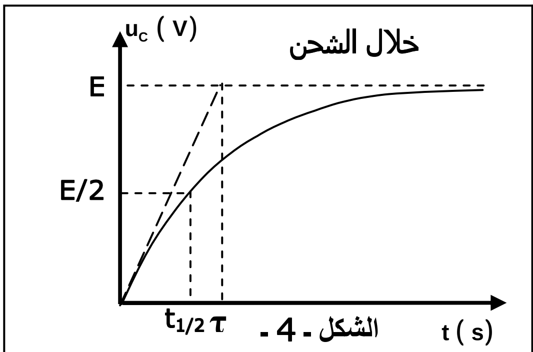
* ثابت الزمن τ : هو الزمن اللازم لشحن المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية أو هو الزمن اللازم لتفريغ المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية.

* يعين ثابت الزمن τ و زمن نصف الشحن بيانيا كما في الشكلين 4 ، 5

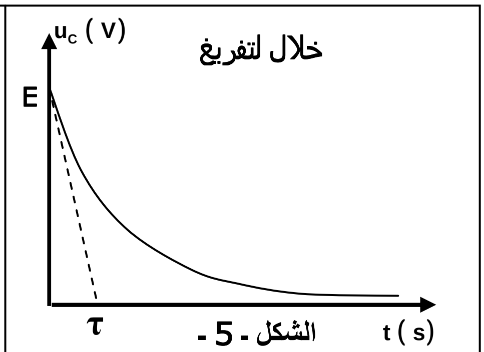
* التحليل البعدي لثابت الزمن τ :

$$[\,\tau\,] = [\,R\,]\,[\,C\,] = \frac{[\,U\,]\,[\,I\,]\,[\,T\,]}{[\,I\,]\,[\,U\,]} = [\,T\,]$$

ومنه الثابت $\tau = R\,C$ مقدار متجانس مع الزمن .



الشكل - 4 -

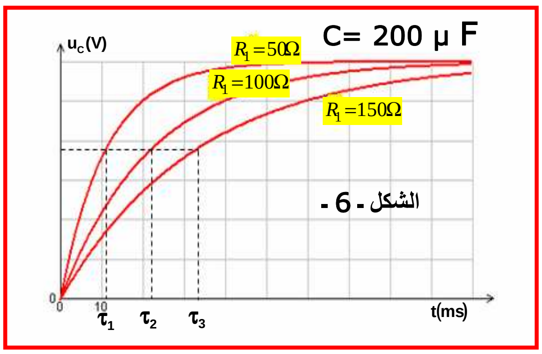


الشكل - 5 -

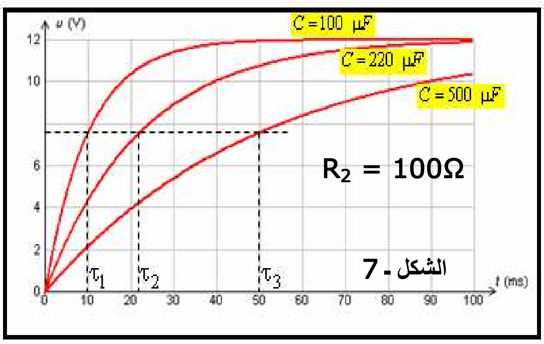
3 ـ 3 ـ تأثير المقاومة R وسعة المكثفة C على ثابت الزمن τ :

* يزداد ثابت الزمن τ مع زيادة قيمة المقاومة التي تشحن عبرها المكثفة الشكل ـ 6 ـ .

* يزداد ثابت الزمن τ مع زيادة قيمة سعة المكثفة الشكل ـ 7 ـ .



الشكل - 6 -



الشكل - 7

3 ـ 4 ـ الدراسة النظرية :

الأستاذ : د . بلــخير

3 ـ 4 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة :

أ ـ خلال الشحن (القاطعة في الوضع 1) :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow \quad E = Ri + U_C \Leftrightarrow \quad E = RC\frac{dU_C}{dt} + U_C \quad \Rightarrow$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C - \frac{E}{RC} = 0$$

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow \quad E = Ri + U_C \Leftrightarrow \quad E = RC\frac{dU_C}{dt} + U_C \quad \Rightarrow$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$U_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \Leftrightarrow \quad U_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

* عبارة شدة التيار :

$$i(t) = C\,.\frac{d\,U_C(t)}{dt} \Rightarrow \quad i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftrightarrow \quad i(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

حالات خاصة :

* عند نهاية الشحن $i = 0$, $q_{MAX} = CE$ $U_{C_{MAX}} = E \Rightarrow$

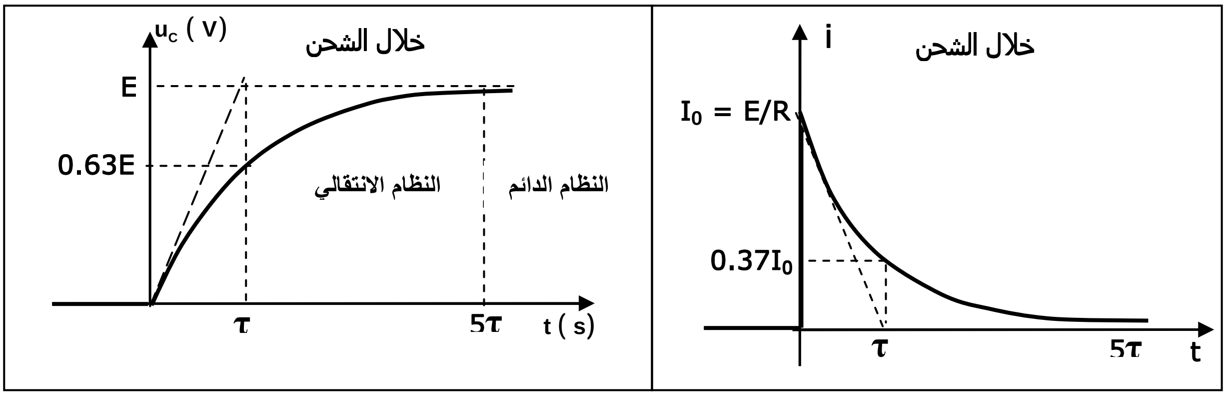
* لما $(U_C = 0.63E \quad \Rightarrow \quad t = \tau)$ أي تكون المكثفة قد شحنت ب $63\ \%$ من شحنتها الأعظمية .

* لما $(U_C = 0.99E \quad \Rightarrow \quad t = 5\tau)$ أي تكون المكثفة قد شحنت ب $99\ \%$ من شحنتها الأعظمية .

* لما $t = 0$ نجد $i(0) = I_0$.

* لما $t = \tau$ نجد $i(\tau) = 0.37\,I_0$ أي تبقى لشحنها 37 % من شحنتها الأعظمية .

* لما $t = 5\tau$ تكون شدة التيار معدومة تقريبا .



ب ـ خلال التفريغ (القاطعة في الوضع 2) :

حسب قانون التوترات :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow \quad 0 = Ri + U_C \Leftrightarrow \quad 0 = RC\frac{dU_C}{dt} + U_C \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

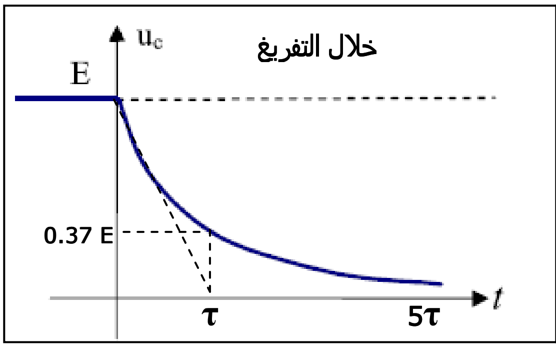
$$U_C = E\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftrightarrow \quad U_C = E\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

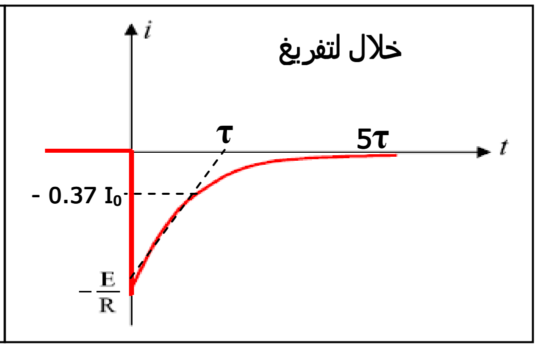
* عبارة شدة التيار :

$$i(t) = C.\frac{dU_C(t)}{dt} \Rightarrow \boxed{i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow i(t) = -I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}}$$

حالات خاصة :

* لما $t = 0$ نجد $U_C(0) = E$
* لما $(U_C = 0.37E \Rightarrow t = \tau)$ أي تبقى في المكثفة شحنة قدرها 37% من شحنتها الأصلية .
* لما $(U_C = 0.99E \Rightarrow t = 5\tau)$ أي تكون المكثفة قد تفرغت ب 99% من شحنتها الأصلية .
* لما $t = 0$ نجد $i(0) = -I_0$.
* لما $t = \tau$ نجد $i(\tau) = -0.37I_0$ أي تبقى في المكثفة شحنة قدرها 37 % من شحنتها الأصلية .
* لما $t = 5\tau$ تكون شدة التيار معدومة تقريبا .





3 ـ 4 ـ 2 ـ المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الاومي :

أ ـ خلال الشحن : حسب قانون التوترات :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow E = u_R + U_C$$

$$U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow E = U_R + \frac{q}{C} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

نشتق طرفي المعادلة (1) بالنسبة للزمن فنجد :

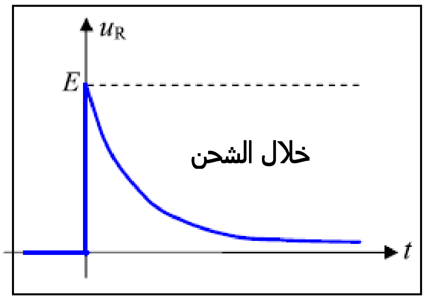
$$0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{U_R}{R} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

نعوض (3) في (2) فنجد

$$\boxed{\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}U_R = 0}$$



معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

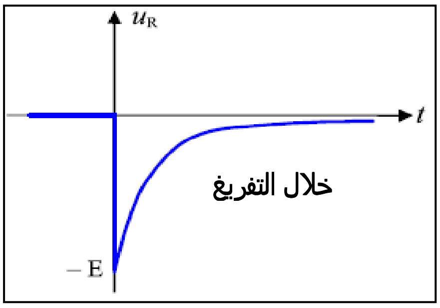
$$\boxed{U_R = E\,e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow U_R = E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

طريقة ثانية :

$$U_R = R\,i = R\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \boxed{U_R = E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

ب ـ خلال التفريغ : نفس الطريقة نجد :

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}U_R = 0$$



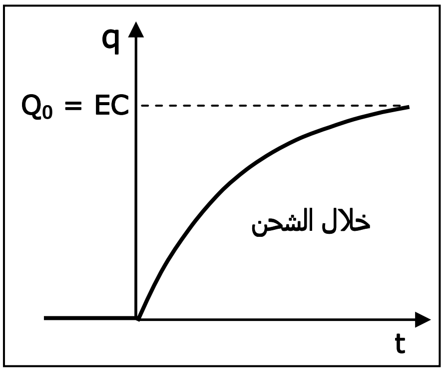
معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$U_R = -E\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

طريقة ثانية :

$$U_R = R\,i = R\left(-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow U_R = -E\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

3 ـ 4 ـ 3 ـ المعادلة التفاضلية لتطور الشحنة على لبوسي المكثفة :



أ ـ خلال الشحن : لدينا :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow E = Ri + U_C \qquad i = \frac{dq}{dt} \qquad U_C = \frac{q}{C}$$

ومنه

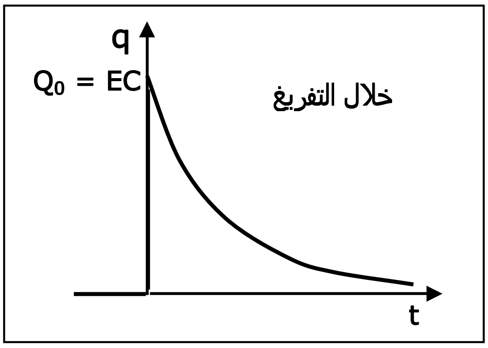
$$E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q - \frac{E}{R} = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$q = EC\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \Leftrightarrow q = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

ب ـ خلال التفريغ : لدينا

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow 0 = Ri + U_C \quad ، \quad i = \frac{dq}{dt} \quad ، \quad U_C = \frac{q}{C}$$



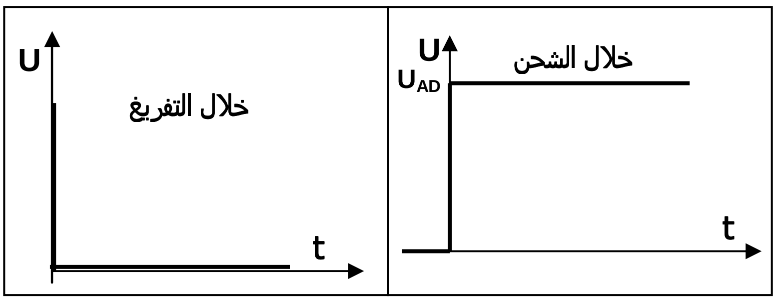
ومنه

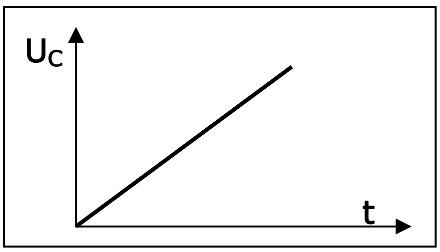
$$0 = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$q = EC\,e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow q = Q_0\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

3 ـ 4 ـ 4 ـ تطور التوتر الكهربائي بين طرفي الدارة $U = U_{AD}$:





3 ـ 4 ـ 5 ـ تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة :

باستعمال مولد للتيار (I = cst) :

البيان خط مستقيم معادلته من الشكل $\quad U_C = a\,t \quad .... (1)$

لدينا نظريا $\quad U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow U_C = \frac{I}{C}t \quad ..... (2)$

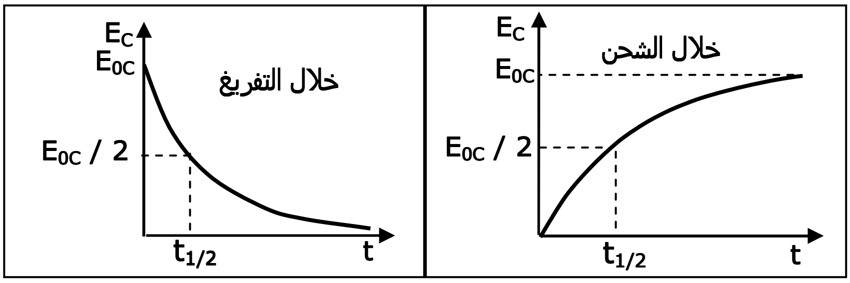
بمطابقة العلاقتين ① و ② نجد : $a = \frac{I}{C} \Rightarrow C = \frac{I}{a}$ a: ميل البيان

4 ـ الطاقة المخزنة في المكثفة :

$E_C = \frac{1}{2} q\, U_C$ أو $E_C = \frac{1}{2} C\, U_C^2$ أو $E_C = \frac{1}{2} q\, U_C$

5 ـ زمن تناقص طاقة المكثفة الى النصف ($t_{1/2}$) :

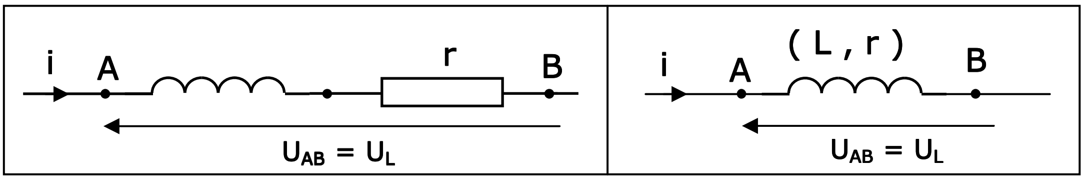
يعطى بالعلاقة الاتية : $t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$



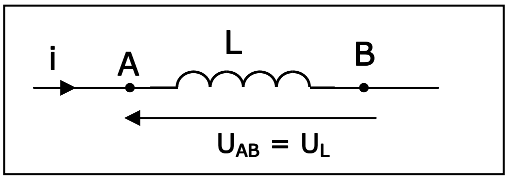
6 ـ الوشائع و ثنائي القطب RL :

6 ـ 1 ـ تعريف الوشيعة :

تتكون الوشيعة من سلك ناقل طويل جدا من النحاس معزول بطبقة من الورنيش ملفوف بشكل حلقات و تمتاز بذاتية (L) تقدر بالهنري (H) و مقاومة داخلية (r) تقدر بالأوم (Ω) وتمثل كمايلي :



ملاحظة : اذاكانت الوشيعة صافية (r = 0) فتمثل كما يلي :



6 ـ 2 ـ العلاقة بين شدة التيار و التوتر بين طرفي الوشيعة :

$$U_L = L\frac{di}{dt} + r\,i$$

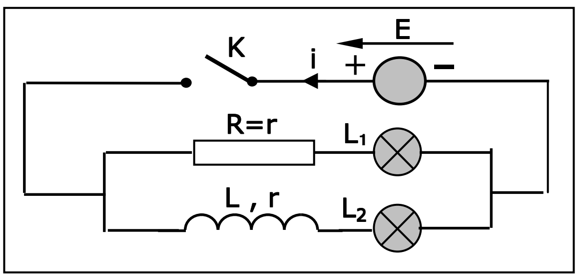
ملاحظة :

أ ـ حالة تيار ثابت الشدة : الوشيعة تتصرف كناقل اومي : $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow U_L = r\,i$

ب ـ حالة وشيعة صرفة : $r = 0 \Rightarrow U_L = L\frac{di}{dt}$

6 ـ 3 ـ تصرف الوشيعة في جزء من دارة كهربائية :

نشاط : نحقق الدارة الكهربائية الموضحة في الشكل :



1 ـ عند غلق القاطعة :

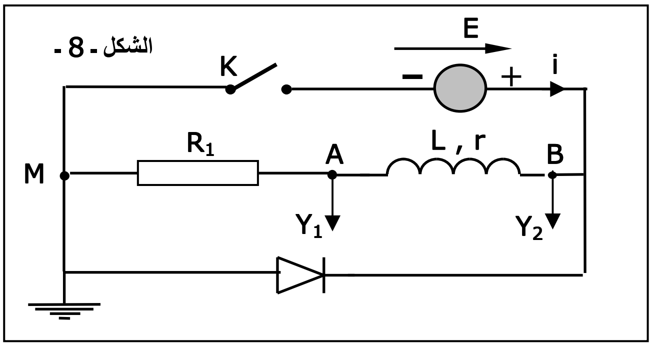
الملاحظة : توهج (L_1) مباشرة أما (L_2) فيتوهج متأخرا عن المصباح (L_1) و بعد ثواني تصبح انارة المصباحين متماثلة .

نتيجة : ان الوشيعة تمانع التغير المفاجئ في شدة التيار بتحريض تيار متحرض يعاكس تيار المولد أي أن التيار المار في الدارة هو محصلة تيارين .

2 ـ عند فتح القاطعة :
الملاحظة : ينطفئ (L_1) قبل (L_2) وبعد ثواني ينطفئ (L_2) .
نتيجة : ان الوشيعة تخزن الطاقة الكهربائية .
نتيجة عامة :
* تمانع الوشيعة لوقت قصير تغير التيار في الدارة (نظام انتقالي)
* تتصرف الوشيعة كناقل أومي عندما يجتازها تيار ثابت الشدة (نظام دائم) .

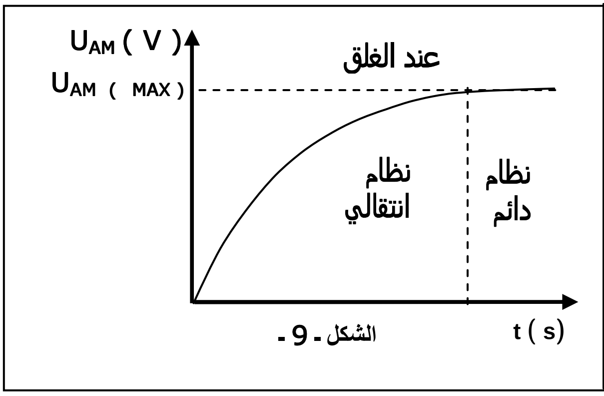
6 ـ 4 ـ تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية :

6 ـ 4 ـ 1 ـ الدراسة التجريبية :

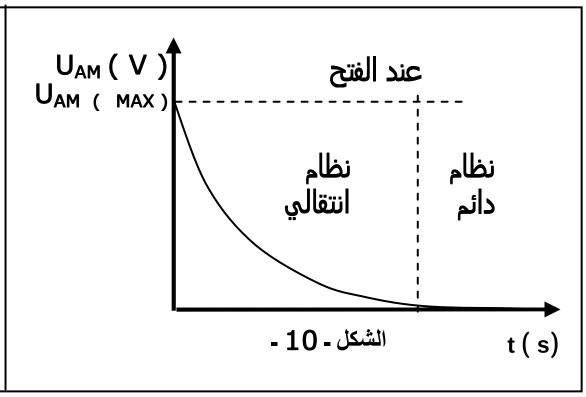


الشكل - 8 -

نشاط : نحقق الدارة المبينة في الشكل ـ 8 ـ :
أ ـ عند غلق القاطعة : يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي البيان $U_{AM} = f(t)$ كما في الشكل ـ 9 ـ
ب ـ عند فتح القاطعة : يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي البيان $U_{AM} = g(t)$ كما في الشكل ـ 10 ـ
ملاحظة : دور الصمام هو منع حدوث الشرارة الكهربائية عند القاطعة عند فتحها

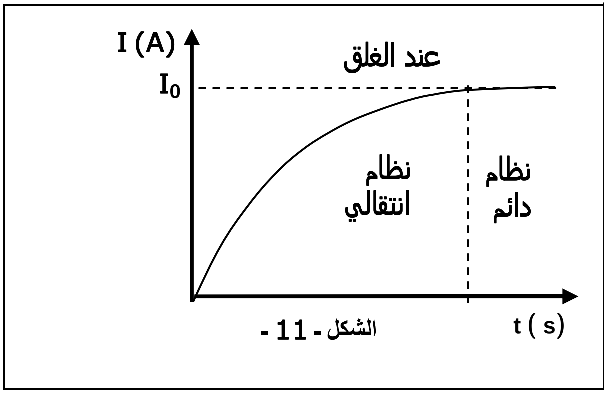


الشكل - 9 -

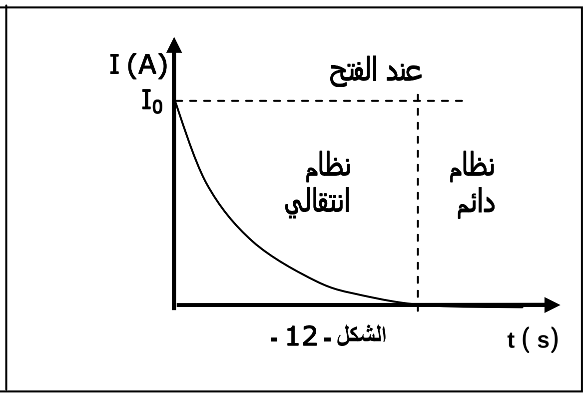


الشكل - 10 -

بمأن $U_{AM} = R_1\, i$ و $R_1 = Cst$ فان البيان $i = f(t)$ مماثل للبيان $U_{AM} = f(t)$ و البيان $i = g(t)$ مماثل للبيان $U_{AM} = g(t)$ كما في الشكلين ـ 11 ـ و ـ 12 ـ



الشكل - 11 -



الشكل - 12 -

نتيجة : ان شدة التيار الكهربائي تمر بمرحلتين :
1 ـ مرحلة انتقالية: يتطور فيها التيار حتى يبلغ قيمة حدية أو ينعدم .
2 ـ مرحلة دائمة : يتوقف فيها التيار أو يبلغ فيها قيمة عظمى ($I_0 = \dfrac{U_{AM\,(MAX)}}{R_1}$) .

6 ـ 4 ـ 2 ـ ثابت الزمن للدارة RL :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{L}{R_1 + r}$$

الأستاذ : د . بلـخير

التحليل البعدي لعبارة ثابت الزمن :

لدينا $\tau = \frac{L}{R}$ ، $E = L\frac{di}{dt} + r\,i$ نفرض أن $(r = 0)$ ومنه $E = L\frac{di}{dt}$ ومنه $L = \frac{Edt}{di}$

أي أن $[L] = \frac{[U][T]}{[I]}$

لدينا ايضا $R = \frac{I}{U}$ ومنه $[R] = \frac{[I]}{[U]}$ ومنه $[\tau] = \frac{[U][T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [T]$

ومنه الثابت τ متجانس مع الزمن .

6 ـ 5 ـ الدراسة الكمية :

6 ـ 5 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعة :

أ ـ عند غلق القاطعة :

$$U_{BM} = U_{BA} + U_{AM} \Leftrightarrow E = L\frac{di}{dt} + r\,i + R_1\,i$$

نضع $R = R_1 + r$ ومنه نكتب

$$E = L\frac{di}{dt} + Ri \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i - \frac{E}{L} = 0}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$\boxed{i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = I_0\left(1 - e^{-\frac{R\,t}{L}}\right)}$$

حالات خاصة :

* من أجل $t = 0$ نجد $i(0) = 0$ ، * من أجل $t = \tau$ نجد $i(\tau) = 0.63 I_0$

* من أجل وشيعة صرفة $(r = 0)$ نجد $U_L = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$.

ب ـ عند فتح القاطعة :

$$0 = U_{BA} + U_{AM} \Leftrightarrow 0 = L\frac{di}{dt} + r\,i + R_1\,i$$

نضع $R = R_1 + r$ ومنه نكتب

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0}$$

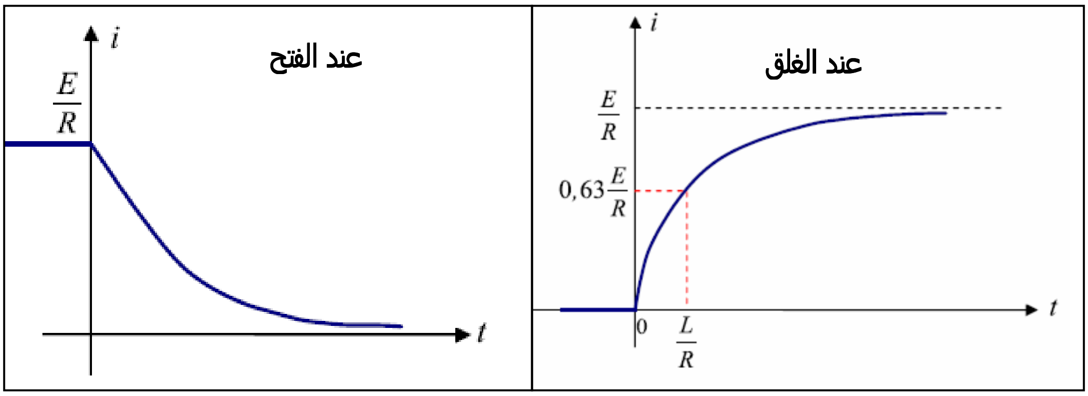
معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$\boxed{i = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0\,e^{-\frac{R\,t}{L}}}$$

حالات خاصة :

* من أجل $t = 0$ نجد $i(0) = I_0$ ، * من أجل $t = \tau$ نجد $i(\tau) = 0.37 I_0$

* من أجل وشيعة صرفة $(r = 0)$ نجد $U_L = -\,E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$.



6 ـ 5 ـ 2 ـ عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة (U_L):

أ ـ عند غلق القاطعة :

لدينا $U_L = r\,i + L\frac{di}{dt}$ ، $i = \frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$

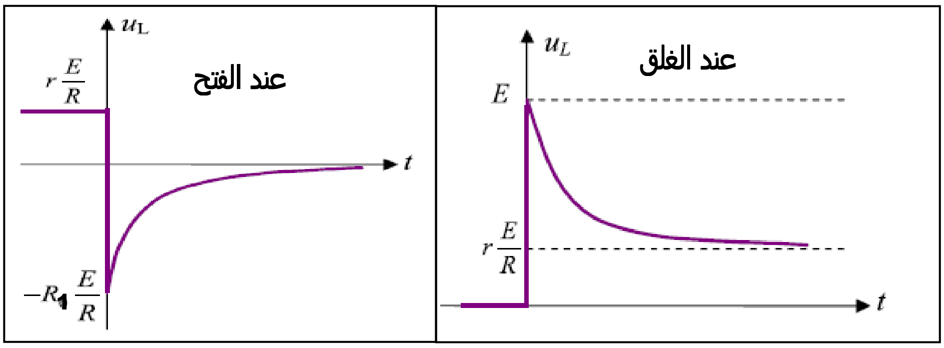
ومنه $U_L = r\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)+E\frac{L}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow U_L = r\frac{E}{R}-r\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}+E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$U_L = r\frac{E}{R}+E\,e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1-\frac{r}{R}\right)$$

ب ـ عند فتح القاطعة :

لدينا $U_L = r\,i + L\frac{di}{dt}$ ، $i = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ ، $\frac{di}{dt} = -\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$U_L = E\frac{r}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} - L\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow U_L = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{r}{R}-1\right)$$



6 ـ 5 ـ 3 ـ المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي الناقل الاومي (U_R) :

أ ـ عند غلق القاطعة : $i = \frac{U_R}{R_1}$ ، $U_{BM} = U_{BA}+U_{AM} \Leftrightarrow E = L\frac{di}{dt}+r\,i+U_R$

$$L\frac{d\left(\frac{U_R}{R_1}\right)}{dt}+r\frac{U_R}{R_1}+U_R = E \Leftrightarrow \frac{L}{R_1}\frac{d\,U_R}{dt}+r\frac{U_R}{R_1}+U_R = E$$

$$\frac{dU_R}{dt}+\left(1+\frac{r}{R_1}\right)\frac{R_1}{L}U_R-\frac{E\,R_1}{L} = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $U_R = R_1\,i = R_1\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

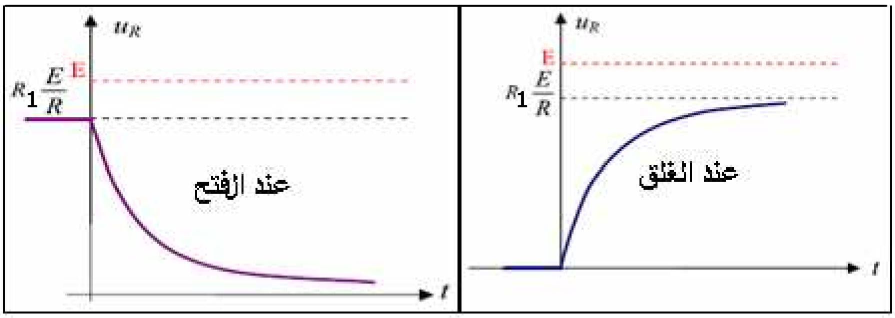
ب ـ عند فتح القاطعة : $i = \frac{U_R}{R_1}$ ، $U_{BM} = U_{BA}+U_{AM} \Leftrightarrow 0 = L\frac{di}{dt}+r\,i+U_R$

$$L\frac{d\left(\frac{U_R}{R_1}\right)}{dt}+r\frac{U_R}{R_1}+U_R = 0 \Leftrightarrow \frac{L}{R_1}\frac{d\,U_R}{dt}+r\frac{U_R}{R_1}+U_R = 0$$

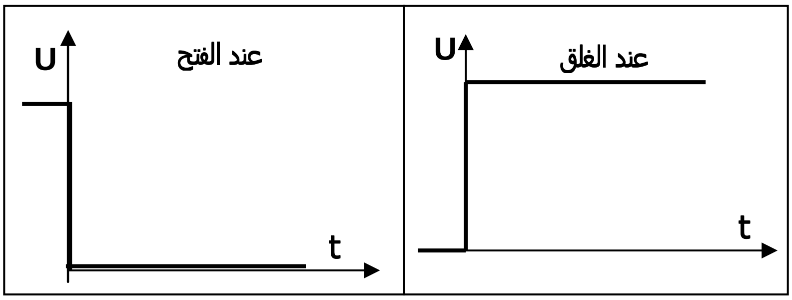
$$\frac{dU_R}{dt} + (1 + \frac{r}{R_1}) \frac{R_1}{L} U_R = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$U_R = R_1\, i = R_1 \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



6 ـ 5 ـ 4 ـ التوتر بين طرفي الدارة ($U_{BM} = U$) :



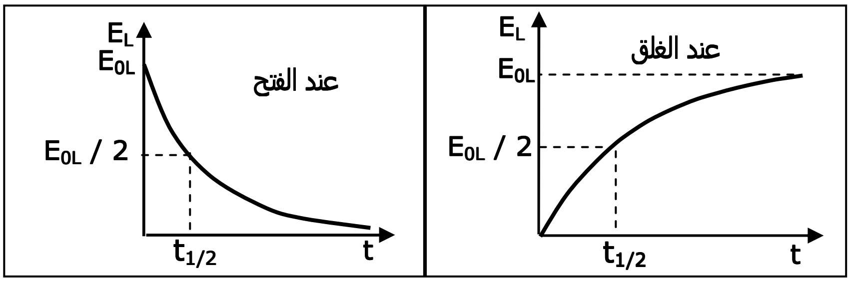
7 ـ الطاقة المخزنة في الوشيعة :

الطاقة المخزنة في وشيعة ذاتيتها (L) يجتازها تيار كهربائي (i) بين اللحظتين 0 و t تعطى بالعلاقة الاتية :

$$E_L = \frac{1}{2} L\, I^2$$

8 ـ زمن تناقص طاقة الوشيعة الى النصف ($t_{1/2}$) :

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{2} \ln 2$$



ملاحظات هامة :

1 ـ نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع محور الفواصل في البيانات $q = f(t)$, $i = f(t)$, $U_R = f(t)$, $U_c = f(t)$, $U_L = f(t)$ يمثل $t = \tau$.

2 ـ نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع محور الفواصل في البيانين $E_C = f(t)$, $E_L = f(t)$ يمثل $t = \frac{\tau}{2}$.

3 ـ (المكثفة او الوشيعة) $t_{\frac{1}{2}}$ $\neq$ (الطاقة) $t_{\frac{1}{2}}$

الأستاذ : د . بلــخير