بطاقة الأستاذ ع م 17	⑤السقوط الشاقولي لجسم صلب في مائع (سائل أو غاز)	

مؤشرات الكفاءة: دراسة حركة سقوط شاقولي لجسم صلب في مائع (سائل أو غاز).

الوسائل المستعملة :

_ كرية ، أنبوب طويل مدرج به سائل لزج ، ميقاتي
_ أشرطة فيديو مصورة لحركات أجسام تسقط شاقوليا.
_ جهاز إعلام ألي و برنامج avimeca و Regressi .

I – السقوط الشاقولي لجسم صلب في مائع بوجود قوى احتكاك.

تنبيه: – يحرص الأستاذ أن يعرّف دافعة أرخميدس للتلاميذ بخصائصها.

– يجب أن تكون الكرية مغمورة كليا داخل السائل لحظة تركها .

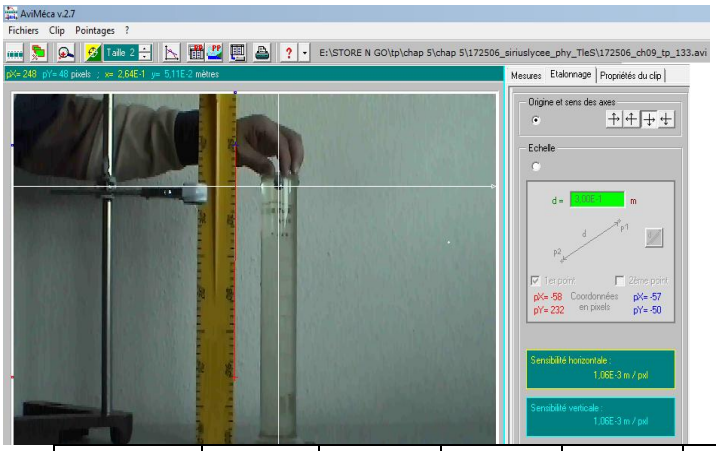
– افتح برنامج avimeca و عالج مثلا الملف (chute - eau sucrée) الذي يوجد به شريط فيديو لحركة سقوط كرة كتلتها $m = 25g$ في محلول سكري كثافته $d = 1,33$.

– اختر معلما $(O, \vec{i}, \vec{j})$ في خانة (Etalonnage → Origine et sens des axes) و ضع مبدأه (O) على مركز عطالة الجسم.

– ضع السلم المناسب للصورة في خانة (Etalonnage → Echelle) الذي يمثل طولا من المسطرة . بعد ذلك سجل مختلف المواضيع المتتالية التي يشغلها مركز عطالة الكرية بالنقر على يسار الفأرة.

– أنقل النتائج المحصل عليها من برنامج avimeca إلى برنامج Excel ثم أحذف قيم الفاصلة (x) و أحسب قيم السرعة اللحظية v ببرنامج Excel .

– أنسخ الجدول المحصل عليه من برنامج Excel ثم ألصقه في صفحة من برنامج Regressi .



t(s)	0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32
$y(m)$ $\times 10^{-2}$	0	0,54	1,73	3,36	5,20	7,15	8,99	11,20	13,20
$v(m/s)$		0,22	0,34	0,43	0,47	0,47	0,51	0,53	0,50

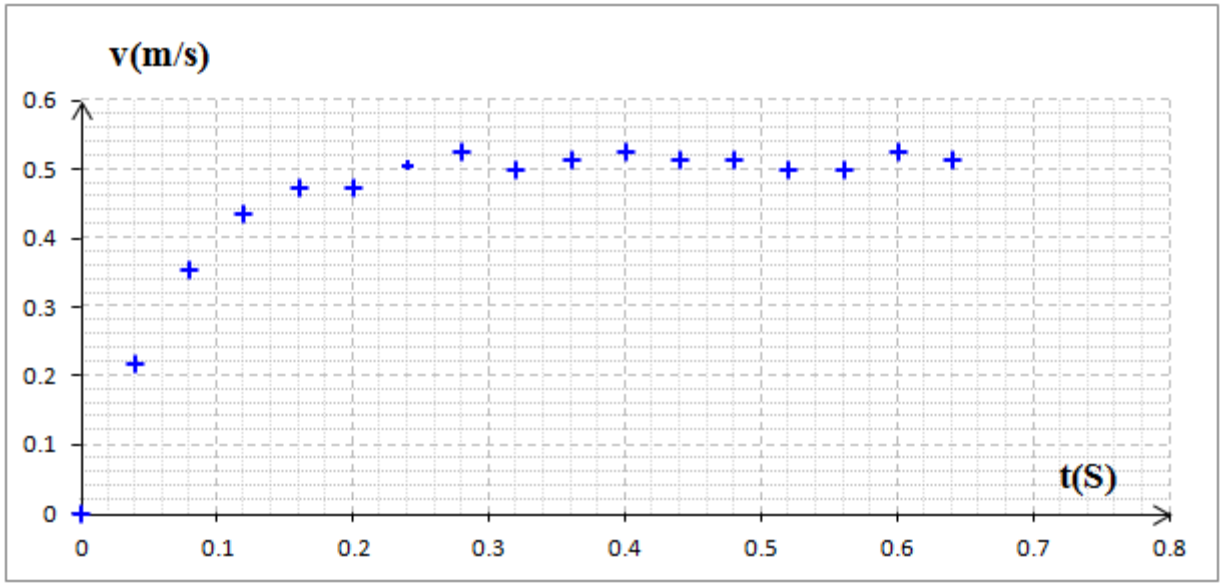
t(s)	0,36	0,40	0,44	0,48	0,52	0,56	0,60	0,64	0,68
$y(m)$ $\times 10^{-2}$	15,20	17,30	19,40	21,40	23,50	25,40	27,50	29,60	31,60
$v(m/s)$	0,51	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50	0,52	0,51	

نحسب سرعة الكرة في كل لحظة t بالعلاقة $v(t) = \dfrac{y(t+\theta) - y(t-\theta)}{2\theta}$ حيث: $\theta = 0,04\,s$

تحليل النتائج:

1- مثل المنحنى البياني الممثل لتغيرات سرعة الكرة بدلالة الزمن $v = f(t)$

المنحنى البياني $v = f(t)$.



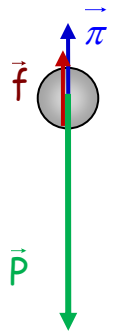
2- حدّد مراحل حركة الكرة.

نميز نظامين ، نظام إنتقالي تتزايد خلاله السرعة و نظام دائم تكون السرعة ثابتة.

في النظام الانتقالي تكون حركة مركز عطالة الكرة مستقيمة متسارعة

و تصبح حركته مستقيمة منتظمة في النظام الدائم.

3- ما هي القوى المؤثرة على الكرة أثناء حركتها ؟ مثلها على رسم.



- القوى المؤثرة على الكرة.
  - ثقلها $\vec{P}$.
  - دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$
  - محصلة قوى الإحتكاك $\vec{f}$.

4- باعتبار قوة الإحتكاك من ال شكل $\vec{f} = -k\vec{v}$ حيث k مقدار ثابت.

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للسرعة واكتبها على الشكل $\frac{dv}{dt} + Bv = A$ حيث A.

و B مقداران ثابتان.

- نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m.\vec{a} \quad .....(1)$$

نسقط العلاقة (1) على المحور الموجه $\overrightarrow{Oy}$ محور الحركة: $mg - \pi - f = m.a$

نقسم الطرفين على m نجد: $a = g - \frac{\pi}{m} - \frac{k}{m}v$

من جهة أخرى: $a = \frac{dv}{dt}$ و منه: $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\pi}{m} - \frac{k}{m}v$

بالتالي: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g - \frac{\pi}{m} \quad .....(2)$

المعادلة (2) هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} + Bv = A$

حيث : $A = g - \frac{\pi}{m}$ و $B = \frac{k}{m}$

يمثل المقدار $\frac{1}{B}$ مقدار الزمن المميز للحركة τ و منه : $\tau = \frac{1}{B} = \frac{m}{k}$

في النظام الدائم تصبح حركة مركز عطالة الكرة مستقيمة منتظمة و عندها ينعدم التسارع و تبلغ السرعة قيمة حدية v_L

$Bv_L = A$ و منه: $v_L = \frac{A}{B} = \frac{mg - \pi}{k}$

ب- تأكد من أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو : $v = v_L(1 - e^{-t/\tau})$

- التحقق من حل المعادلة التفاضلية:

نشتق معادلة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{dv}{dt} = \frac{v_L}{\tau}e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد : $\frac{v_L}{\tau}e^{-t/\tau} + Bv_L(1 - e^{-t/\tau}) = A$

$$\frac{v_L}{\tau}e^{-t/\tau} + Bv_L - Bv_L e^{-t/\tau} = A$$

$$Bv_L e^{-t/\tau} + Bv_L - Bv_L e^{-t/\tau} = A$$

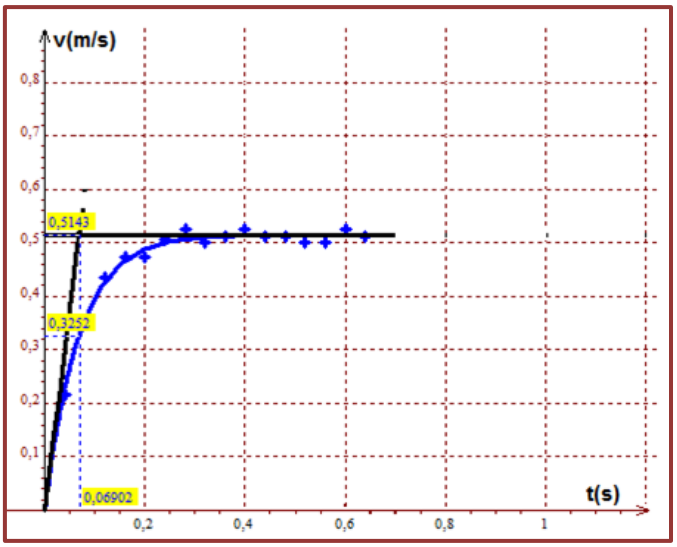
ومنه: $Bv_L = A \quad .....(3)$

طرفي المعادلة متساويان إذن $v = v_L(1-e^{-t/\tau})$ هو حل المعادلة التفاضلية (2)

5- نمذج المنحنى $v = f(t)$ في برنامج Regressi و فق دالة أسية متزايدة.

أ- حدد ترتيبة نقطة تقاطع المستقيم المقارب الأفقي للمنحنى مع محور التراتيب. ماذا تمثل هذه الترتيبة ؟

- ترتيبة نقطة تقاطع المستقيم المقارب الأفقي للمنحنى مع محور التراتيب هي: $v = 0,51m/s$ و هي تمثل قيمة السرعة الحدية: $v_L = 0,51m/s$



ب- حدد بيانيا قيمة τ .

تحديد قيمة τ من البيان : $\tau = 0,07s$

جـ- تحقق بيانيا من أن سرعة الكرة عند اللحظة $t = \tau$ تساوي 63% من قيمة v_L أي $v(\tau) = 0,63.v_L$

من البيان نجد : عند اللحظة $t = \tau$ تكون سرعة الكرة $v(\tau) = 0,33m/s$

نحسب النسبة $\frac{v(\tau)}{v_L}$: $\frac{v(\tau)}{v_L} \simeq \frac{0,33}{0,51} = 0,65$

و منه : سرعة الكرة عند اللحظة $t = \tau$ تساوي 65% تقريبا من v_L قيمة السرعة الحدية أي ما يقارب $v(\tau) = 0,63.v_L$

6- أحسب قيمة التسارع الابتدائي a_0 ثم إستنتج شدة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$.

قيمة التسارع الابتدائي a_0 هي ميل المماس على المنحنى عند اللحظة $t = 0$: $a_0 = \frac{v_L}{\tau}$

ومنه: $a_0 = \frac{0,51}{0,07} = 7,29m/s^2$

- قيمة دافعة أرخميدس:

- لدينا: $mg - \pi - f = m.a$

عند اللحظة $t = 0$ يكون : $a = a_0$ و $v = 0$

بما أن: $v = 0$ تكون: $f = 0$ و منه: $mg - \pi = m.a_0 \rightarrow \pi = mg - m.a_0$

$\pi = m(g - a_0) \rightarrow \pi = 25.10^{-3}(9,80 - 7,29) = 0,06N$

7- إستنتج نصف قطر الكرة r .

$\pi = \rho_{fluide}.V.g$ ومنه حجم الكرة : $v = \frac{\pi}{\rho_{fluide}.g}$

لكن: $\frac{4}{3}\pi.r^3$ ومنه: $r^3 = \frac{3.\pi}{4.\rho_{fluide}.g.\pi}$

ت ع: $r^3 = \frac{3\times 0,06}{4\times 1330\times 10\times 3,14} = 1,08\times 10^{-6} m^3$ ومنه: $r \approx 0,01m = 1cm$

8- أحسب قيمة k.

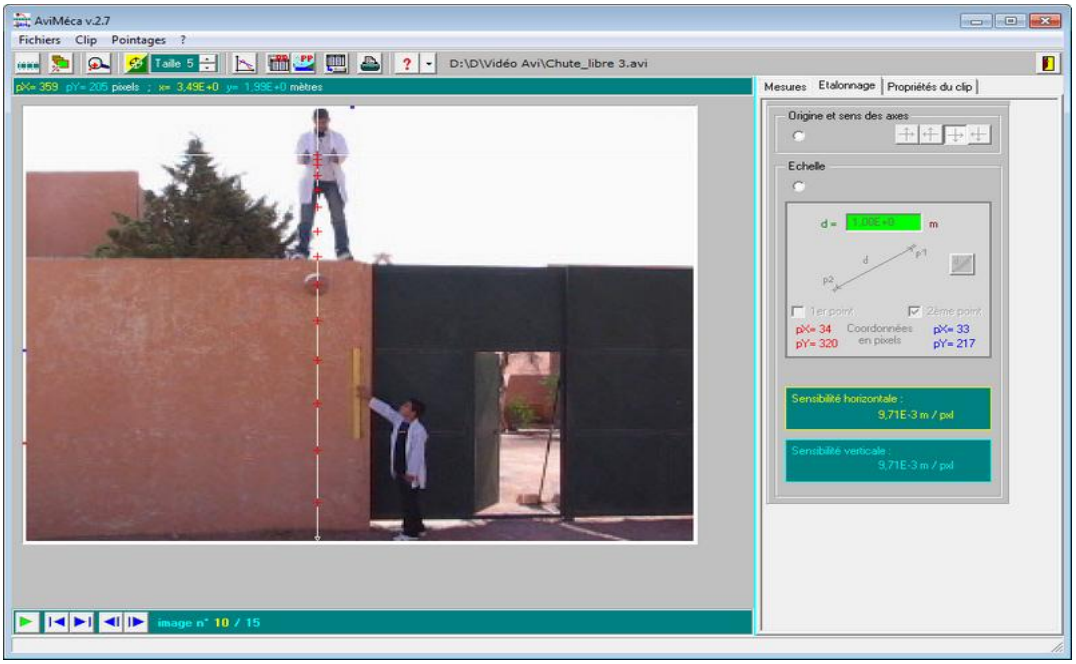
لدينا : $\tau = \frac{m}{k}$ ومنه: $k = \frac{m}{\tau}$

ت ع: $k = \frac{25.10^{-3}}{0,07} = 0,36 Kg/s$

II- السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء بإهمال قوى الاحتكاك(السقوط الحر)

النتائج التجريبية:

- افتح ببرنامج avimeca الملف (chute libre) الذي يوجد به شريط فيديو لحركة سقوط كرة سلة في الهواء (نهمل مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس أمام ثقل الكرة).
- اختر معلما $(O, \vec{i}, \vec{j})$ في خانة (Etalonnage → Origine et sens des axes) و ضع مبدأه (O) على مركز عطالة الكرة.
- ضع السلم المناسب للصورة في خانة (Etalonnage → Echelle) الذي يمثل طول المسطرة . بعد ذلك سجل مختلف المواضيع المتتالية التي يشغلها مركز عطالة الجسم بالنقر على يسار الفأرة.



- أنقل النتائج المحصل عليها من برنامج avimeca إلى برنامج Excel ثم أحذف قيم الفاصلة (x) و أحسب قيم السرعة اللحظية (v) ببرنامج Excel .
- أنسخ الجدول المحصل عليه من برنامج Excel ثم ألصقه في صفحة من برنامج Regressi :

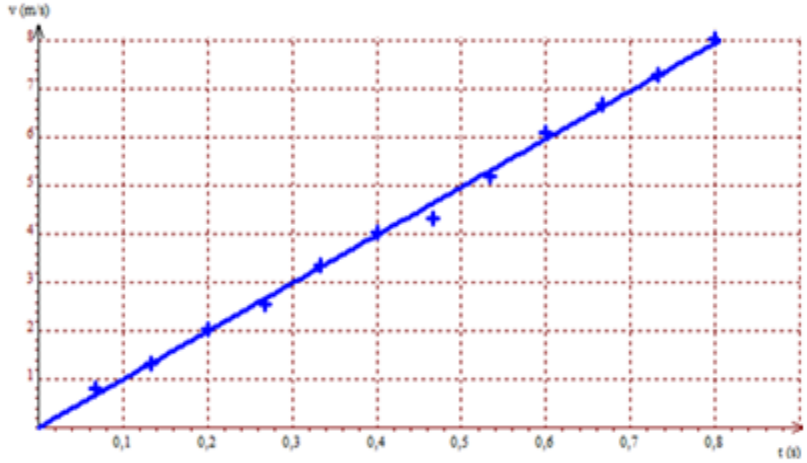
t(s)	0	0,067	0,133	0,200	0,267	0,333	0,400
$y(m)\times10^{-2}$	0	4,85	10,70	22,30	37,90	56,30	82,50
$v(m/s)$		0,80	1,31	2,04	2,56	3,35	4,04

t(s)	0,467	0,533	0,600	0,667	0,733	0,800	0,867
$y(m)\times10^{-2}$	110,00	140,00	179,00	221,00	268,00	318,00	375,00
$v(m/s)$	0,53	5,18	6,09	6,69	7,29	8,05	

نحسب سرعة الكرة في كل لحظة t تعطى بالعلاقة: $v(t)=\dfrac{y(t+\theta)-y(t-\theta)}{2\theta}$ حيث: $\theta=0,067s$

تحليل النتائج:

1- مثل المنحنى البياني الممثل لتغيرات سرعة الكرة بدلالة الزمن $v=f(t)$.

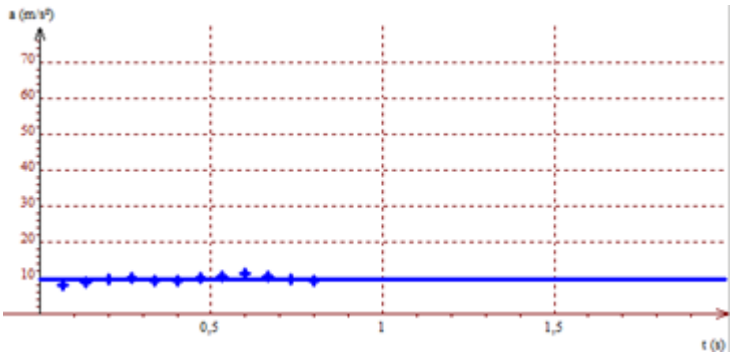


- ماهي طبيعة حركة الكرة ؟
- المنحنى نصف مستقيم يمر من المبدأ معادلته $v=b.t$ حيث b هو معامل توجيه المنحنى.

$$b=\frac{6,69-3,35}{0,667-0,333}=10m/s^2$$

إذن حركة مركز عطالة الكرة مستقيمة متسارعة بانتظام.

2 - مثل المنحنى البياني الممثل لتغيرات تسارع الحركة بدلالة الزمن $a=f(t)$، ناقش البيان



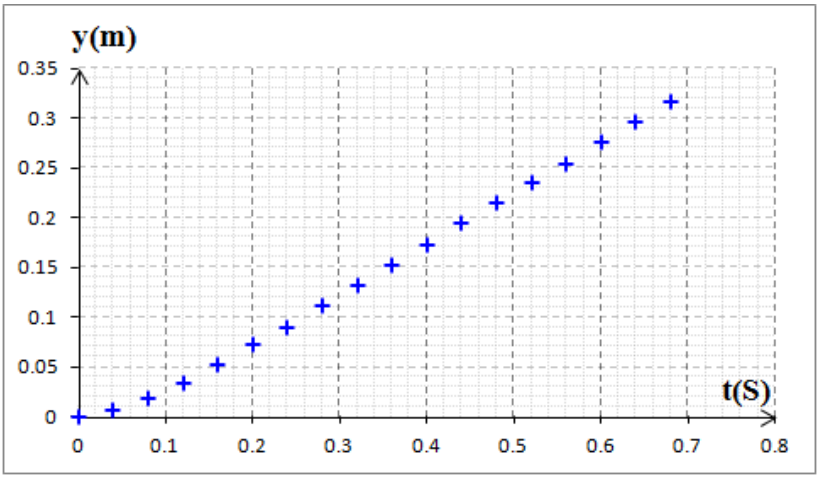
- المنحنى البياني الممثل تغيرات تسارع الحركة بدلالة الزمن $a=f(t)$

البيان عبارة عن نصف مستقيم يوازي محور الزمن، ويقطع محور التراتيب في النقطة: $a = 10m/s^2$

تسارع الحركة ثابت إذن حركة مركز عطالة الكرة حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

بما أن تسارع الحركة موجب و السرعة موجبة إذن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

3- مثل المنحنى البياني الممثل لتغيرات الفاصلة بدلالة الزمن $y = f(t)$ ، ناقش البيان.



- البيان عبارة عن نصف قطع مكافئ.

- إيجاد عبارته الرياضية:

$$v = b.t$$

ومن جهة أخرى لدينا : $v = \frac{dy}{dt}$

و منه : $dy = v.dt$

نكامل طرفي المعادلة الأخيرة: $\int dy = \int v.dt \rightarrow y = b\int t.dt$

ومنه: $y = \frac{1}{2}bt^2 + y_0$

حيث y_0 مقدار ثابت يحدد من الشروط الابتدائية.

عند $t = 0$ كانت $y = 0$ إذن $y_0 = 0$ و منه : $y = 5t^2$

4- أ- ما هو المرجع المستعمل لدراسة حركة الكرة ؟ هل يمكن اعتباره مرجعا غاليليا؟ علل.

- المرجع المختار لدراسة الحركة هو المرجع السطحي الأرضي، و حقل الجاذبية فيه ثابتا في منطقة الحركة.

بما أن مدة التجربة قصيرة جدا فنعتبر هذا المرجع مرجعا **غاليليا** خلال مدة التجربة.

ب- مثل القوى المؤثرة على الكرة.

تخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة ثقلها فقط.

5- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أدرس حركة مركز عطالة الكرة و استنتج قيمة تسارع الجاذبية الأرضية في مكان التجربة.

- نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$

$$\vec{P} = m.\vec{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

نسقط العلاقة (1) على المحور Oy (محور الحركة): $mg = m.a$

نقسم الطرفين على m نجد: $a = g$