المادة: تحليل **المستوى:** الثالثة علوم تجريبية

الموضوع: الاشتقاقية **المدة:** ساعتين

الكفاءات المستهدفة: حساب مشتقات لدوال مختلفة

سير الدرس

1- المشتقات المتتابعة:

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على مجال I من R ولتكن f' دالتها المشتقة.

تعاريف:

-إذا قبلت f' الاشتقاق على I نقول أن f تقبل الاشتقاق مرتين على I و تكون f'' دالتها المشتقة الثانية.

-إذا قبلت f'' الاشتقاق على I نقول أن f تقبل الاشتقاق ثلاث مرات على I و f''' دالتها المشتقة

وهكذا تكون f'، f''، f'''، $f^{(4)}$، ...، $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f على I

يسمى $f^{(n)}$ المشتق من الرتبة n للدالة f.

مثال:

$f(x) = x^4-3x^2+1$

f تقبل الاشتقاق على R و $f'(x)=4x^3-6x$

f' تقبل الاشتقاق على R و $f''(x)=12x^2-6$

f'' تقبل الاشتقاق على R و $f'''(x)=24x$

f''' تقبل الاشتقاق على R و $f^{(4)}(x)=24$

$f^{(4)}$ تقبل الاشتقاق على R و $f^{(5)}(x)=0$

...

ومن أجل كل n : $n\geq 5$ فإن $f^{(n)}(x)=0$

2- الإشتقاقية والاستمرارية:

خاصية:

إذا قبلت الدالة f الاشتقاق عند عدد x_0 من المجال I فهي مستمرة عند هذا العدد.

ملاحظة:

إذا كانت f مستمرة عند x_0 فهي ليست بالضرورة قابلة للاشتقاق عند x_0

مثال تطبيقي:

f دالة معرفة على R بـ $f(x)=|x-2|$

1- بين أن f مستمرة عند 2

2- أكتب f بدون رمز القيمة المطلقة.

3- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 2.

العمليات على المشتقات (تذكير):

مشتقات دوال مألوفة: k عدد حقيقي و n عدد طبيعي.

الدالة f	K		$x^n (n\geq 2)$			$\cos x$	
الدالة المشتقة f''	0	1				-$\sin x$	
مجال قابلية الاشتقاق				$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$	]		

العمليات على الدوال المشتقة:

μ و v دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال I من ℜ ولتكن μ' و v' دالتاهما المشتقتان على الترتيب و k عدد حقيقي.

الدالة				$1/v$(حيث v لا تنعدم)	
الدالة المشتقة					

تطبيقات وتمارين مقترحة للحل:

ت13 + ت15 + ت19 +ت18 ص59.

ت55 ص 63 + ت 61 ص 64.

المادة: تحليل **المستوى:** الثالثة علوم تجريبية

الموضوع: الاشتقاقية **المدة:** ساعة واحدة

الكفاءات المستهدفة: إيجاد مشتقات لدوال مركبة.

سير الدرس

اشتقاق دالة مركبة:

نشاط 3ص 41

برهنة:

إذا قبلت الدالة μ الإشتقاق على مجال I من R وقبلت الدالةv الاشتقاق على المجال $\mu(I)$ فإن الدالة تقبل الاشتقاق على I ومن أجل كل x من I :

مثال:

f معرفة على R بـ $f(x) = \cos(3x^2 - 2)$

f تقبل الاشتقاق على R لأنها مركبة من دالتين $(x \longrightarrow \cos x\,, x \to 3x^2 - 2)$ قابلتين للاشتقاق على R

ومن أجل كل x من R $f'(x) = -6x\sin(3x^2 - 2)$

تطبيقات:

1- مشتقة الدالة $\sqrt{v}$:

إذا كانت μ دالة موجبة تماما على I وقابلة للاشتقاق على I فإن $\sqrt{v}$ تقبل الاشتقاق على I و $(\sqrt{v})' = \frac{v'}{2\sqrt{v}}$

مثال: $f(x) = \sqrt{3x + 4}$

f تقبل الاشتقاق على $]-\frac{4}{3}، +\infty[$ ومن أجل كل x من $]-\infty، -\frac{4}{3}[$

2- مشتقة الدالة μ^n حيث $n \in N^* - \{1\}$:

إذا قبلت الدالة μ الاشتقاق على مجال I من R فإن μ^n تقبل الإشتقاق على I و $(\mu^n)' = n\mu'\mu^n$

مثال: $f(x) = (7x^3 + 5x - 2)^4$

f تقبل الإشتقاق على R ومن أجل كل x من R: $f'(x) = 4(21x^2 + 5)(7x^2 + 5n - 2)^3$

مشتقة الدالة $\frac{1}{\mu^n}$ حيث $n \in N^*$:

إذا كانت μ دالة لاتنعدم على مجال I وتقبل الإشتقاق على I فإن $\frac{1}{\mu^n}$ تقبل الاشتقاق على I و

مثال: $f(x) = \frac{1}{(n^2+4)^2}$

f تقبل الإشتقاق على R ومن أجل كل x من R: $f'(x) = \frac{-4x}{(n^2+4)^3}$

تمارين وتطبيقات مقترحة للحل:

ت35 + ت36 ص61 +ت40 +ت77 + ت80 ص 66

المادة: تحليل **المستوى: الثالثة علوم تجريبية**

الموضوع: الاشتقاقية **المدة: ساعة واحدة**

الكفاءات المستهدفة: توظيف الدوال المشتقة لتعيين اتجاه تغير دالة على مجال وإيجاد القيم الحدية المحلية.

سير الدرس

اتجاه تغير دالة:

نشاط: f دالة عددية للمتغير الحقيقي x حيث $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$

1- أحسب الدالة المشتقة للدالة f

2- عين جدول تغيرات الدالة f *واستنتج اتجاه تغير الدالة* f

3- عين القيم الحدية المحلية f *على مجموعة تعريفها.*

1- المشتقة واتجاه تغير دالة:

مبرهنة:

f *دالة قابلة للاشتقاق* على مجال I من R

إذا كان من أجل كل x من I: $f'(x)>0$ *فإن* f *متزايدة تماما على* I

إذا كان من أجل كل x من I: $f'(x)<0$ *فإن* f *متناقصة تماما على* I

إذا كان من أجل كل x من I: $f'(x)=0$ *فإن* f *ثابتة على* I

ملاحظة:

تبقى المبرهنة صحيحة إذا انعدمت الدالة المشتقة في عدد منته من القيم المعزولة من I

مثال1: إليك جدول إشارة الدالة f'

	$-\infty$	-2	1	4	$-\infty$
إشارة	+	0	+	0	+

f متزايدة تماما على R

مثال2: ت26 ص 60

2- القيم الحدية المحلية:

تعاريف:

f دالة عددية معرّفة على مجال I من R و x_0 عدد حقيقي من I

-إذا وجد مجال مفتوح J من I يحوي x_0 بحيث من أجل كل x من J $f(x) \leq f(x_0)$ فإن $f(x_0)$ قيمة محلية **عظمى** للدالة f على J.

-إذا وجد مجال مفتوح J من I يحوي x_0 بحيث من أجل كل x من J $f(x) \geq f(x_0)$ فإن $f(x_0)$ قيمة محلية **صغرى** للدالة f على J.

-تكون $f(x_0)$ قيمة حدية محلية إذا كانت قيمة حدية محلية عظمى أو صغرى.

مبرهنة:

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I من R و x_0 عدد حقيقي من I إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند x_0 مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f .

مثال:

	3	4	$+\infty$
	+		-
		$f(4)$	

$f(4)$ هي قيمة محلية عظمى للدالة f على المجال $]3,+\infty[$.