ملخص للدرس

مفهوم الاشتقاقيـــة.

لتكن f دالـــة معرفة على المجال I من $\mathbb{R}$. a عدد حقيقي من I

العدد المشتق للدالة f عند a إن وجد هو العدد الحقيقي $f'(a)$ حيث $f'(a)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

أو $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$

إذا كانت f **قابلة للاشتقاق** عند a يعني أنها تقبل عدد مشتق عند a.

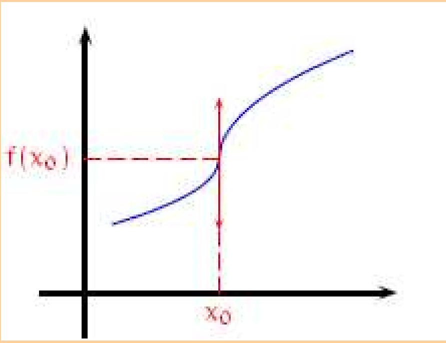
الدالة المشتقة: إذا قبلت الدالة f الاشتـــقاق عند كل عدد حقيقي x من I نقول إنها تقبل الاشتقاق على I وتسمى الدالـــة $f':x\mapsto f'(x)$ الدالة المشـــتـــقة للدالة f.

التفسير الهندسي: ليكن (C) الممثل البياني للدالة f القابلة للاشتقاق عند a في معلم $(O;I;J)$ العدد المشتق $f'(a)$ عبارة عن **معامل توجيه** المماس (T) مماس (C) في النقطة $(a;f(a))$ معادلته $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

ملاحظة:

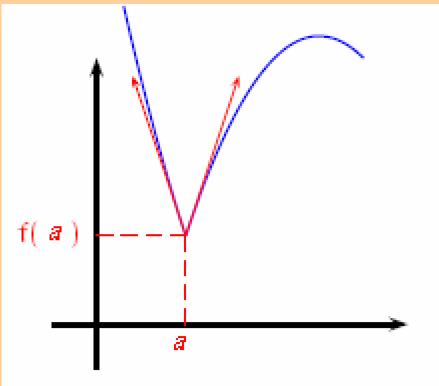
1. إذا كان $f'(a)=0$ فإن المماس (T) يوازي حامل محور الفواصل و يشمل النقطة $(a;f(a))$

2. إذا كانت $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\pm\infty$ فإن المماس (T) يوازي حامل محور التراتيب و يشمل النقطة $(x_0;f(x_0))$



3. قابلية للاشتقاق للدالة f على اليسار a يعني $\lim\limits_{x\overset{<}{\to} a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=l$ هندسيا معناه (C) يقبل نصف المماس على اليسار في النقطة ذات الفاصلة a

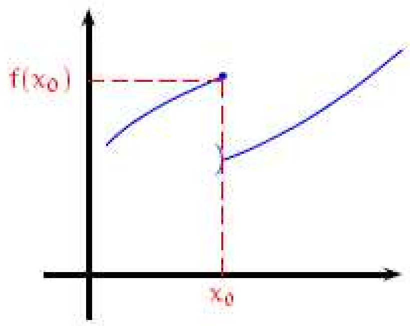
4. قابلية للاشتقاق للدالة f على اليمين a يعني $\lim\limits_{x\overset{>}{\to} a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=l$ هندسيا معناه (C) يقبل نصف المماس على اليمين في النقطة ذات الفاصلة a.



.

الاشتقاق و الاستمرارية.

الاشتقاقية والاستمرارية: إذا كانت f قابلة للاشتقاق على المجال I فإنها مستمرة على هذا المجال



$$\lim_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0).$$

المشتقات والعمليات

الــدرس

مبرهنة: u و v دالتان قابلتان للاشتقاق على المجال I من $\mathbb{R}$ و k عدد حقيقي الدوال $u+v; ku; uv; \frac{1}{v}/v \neq 0; \frac{u}{v}/v \neq 0$ قابلة للاشتقاق حيث:

1) $(u+v)' = u'+v'$ 2) $(ku)' = ku'$ 3) $(uv)' = uv'+vu'$ 4) $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

5) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

اشتقاق دالة مركبة

مشتق دالة مركبة: مشتقة الدالة $v \circ u$ إذا قبلت الدالة u الاشتقاق على I و قبلت v الاشتقاق على $u(I)$ فإن الدالة $v \circ u$ تقبل الاشتقاق على I و من أجل كل عدد حقيقي x من I: $(v \circ u)'(x) = v'[u(x)] \times u'(x)$

تطبيقات لنعتبر u دالة قابلة للاشتقاق على I من $\mathbb{R}$ الدوال $\sqrt{u}$ و u^n و $\frac{1}{u^n}$. n عدد طبيعي

الدالة	المشتق	تعليق
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	u موجبة تماما على I
u^n	$nu'u^{n-1}$	n عدد طبيعي حيث $n \geq 2$
$\frac{1}{u^n}$	$-\frac{nu'}{u^{n+1}}$	n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$ u لا تنعدم على I

-

اتجاه تغير دالة

الدرس

اتجاه تغير دالة: f قابلة للاشتقاق على المجال I من $\mathbb{R}$

- إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I ، $f'(x) > 0$ فإن f متزايدة تماما على المجال I .
- إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I ، $f'(x) < 0$ فإن f متناقصة تماما على المجال I .

القيم الحدية المحلية

f معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال I من $\mathbb{R}$ و x_0 عدد حقيقي من I إذا انعدمت الدالة f' عند x_0 مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f .

التقريب التآلفي

الـــدرس

التقريب التآلفي: – إذا قبلت الدالة f الاشتقاق عند a من I فإن الدالة $f(a)+hf'(a)$ تقريب تآلفي لـــ $f(a+h)$ من أجل h قريب من 0، المرفق بالدالـــة f .

- إذا قبلت الدالة f الاشتقاق عند a من I فإن الدالة $f(a)+(x-a)f'(a)$ تقريب تآلفي لـــ $f(x)$.