دروس ملخصة لدعم مادة الرياضيات خاصة بشعبة الاداب وفلسفة

المستوى: شعبة : آداب وفلسفة المستوى : ثالثة ثانوي

ثانوية طارق بن زياد بالحجيرة ولاية ورقلة اعداد الاستاذ : بوقفة محمد الصديق

1 - قابلية القسمة في مجموعة الاعداد الصحيحة

a وb عددان صحيحان وb غير معدوم نقول انا العدد b يقسم a يعني وجود عددصحيح q حيث a=bq ونقول كذلك ان b يقسم a او قاسم ل b ا وان a مضاعف ل b ونكتب a/b وتقرا b يقسم a

مثال:

48=6*8 في هذه الحالة نقول عن 6 و8 انهم قواسم او يقسمان 48 أي ان 48 مضاعف لي لي 6 و8

5*(-13)=-65 هنا -65 مضاعف لي 5 و -13 أي ان 5 و -13 يقسمان -65

ملاحظة العددين a و-a لهما نفس القواسم في مجموعة الاعداد الصحيحة Z أي (a=bq و –a=-qb أي قواسم a هي b)

القسمة الاقليدية في مجموعة الاعداد الصحيحة :

a عدد صحيح ولا عدد طبيعي غير معدوم توجد ثنائية وحيدة (q,r) من الاعداد الصحيحة حيث $\begin{cases} \mathbf{a = bq + r} \\ \mathbf{0} \le \boldsymbol{r} < b \end{cases}$

a: المقسوم r: باقي القسمة

b: المقسوم عليه او القاسم q: حاصل القسمة

ملاحظة : يمكن تمديد مفهوم القسمة الاقليدية لعدد صحيح a علئ عدد صحيح b غير معدوم ونحصل علئ $\begin{cases} \mathbf{a = bq + r} \\ \mathbf{0} \le \boldsymbol{r} < |b| \end{cases}$

مثال : a=-49 b=-6 -49=(6-)(9)+5 q=9 r=5

ولدينا $\mathbf{0} \le \boldsymbol{r} < |b|$ محققة أي ان $\mathbf{0} \le \mathbf{5} < |-6|$ معناه $\mathbf{0} \le \mathbf{5} < 6$

حصر عدد صحيح بين مضاعفين متعاقبين لعدد صحيح :

مهما يكن العدد الصحيح *a* ومهما يكن العدد الطبيعي *b* غير المعدوم لدينا العلاقة الاتية $bq \le a < b\,(1+q)$ حيث *q* هو حاصل القسمة الاقليدية لي *a* علئ *b*

تعين مجموعة قواسم عدد طبيعي:

لتعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي غير معدوم نتبع الخطوات التالية

1. نحلل العدد الئ جداء عوامل اولية
2. نعين عدد القواسم
3. نحسب القواسم وذلك بضرب كل عدد من العوامل الجداء في الاعداد الباقية (مثلا قوئ العدد 2^4 هي 2^0, 2^1 2^2, 2^3 , 2^4)

ملاحضة مجموعة قواسم العدد 0 هي المجموعة الاعداد الطبيعة N

مجموعة قواسم العدد 1 هي {1,-1}

المواففقات وخواصها في مجموعة الاعداد الصحيحة

تعريف : n عدد طبيعي غير معدوم القول ان العددين الصحيحان a وb متوافقان بترديد n ونرمز b≡a[n] او تقرا a توافق b بترديد n اذا تحقق احد الشرطين

1. العددان a و b لهما نفس باقي القسمة الاقليدية علئ العدد n
2. العدد (a-b) مضاعف للعدد n

مثال : 27≡2[5] و 100≡12[8]

خاصية

n عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 1 أي (n≥2) كل عدد صحيح a يوافق بترديد n باقي قسمته علئ n ويلزم ان يكون الباقي $0 \leq r < n$

مثال : 16≡6[5] هنا 16 و6 متوافقان بترديد 5 لكن 6 ليس باقي قسمة 16 علئ 5 لان 6≥ 5 اما الباقي فهو 1 لان 16≡1[5] أي $0 \leq 1 < 5$

خواص المواففقات في Z

n عدد طبيعي غير معدوم و a وb و c و d و k اعداد صحيحة و p عدد طبيعي غير معدوم

1. a≡a[n] لان (a-a≡0[n]) أي a-a مضاعف للعدد n
2. اذا كان b≡a[n] فان b≡ a[n]
3. اذا كان b≡a[n] و b≡c[n] فان a≡c[n]
4. اذا كان b≡a[n] و c≡d[n] فان a+c≡b+d[n]
5. اذا كان b≡a[n] و c≡d[n] فان a*c≡b*d[n]
6. اذا كان b≡a[n] فان a*k≡b*k[n]
7. اذا كان b≡a[n] فان $a^p \equiv b^p$ [n]
8. اذا كان b≡a[n] فان a*k≡b*k[kn] مع k عدد طبيعي

نتيجة عامة: الموافقة بترديد n متلائمة مع الجمع والطرح والضرب والرفع الئ القوة وليست متلائمة مع القسمة والجذر التربيعي

مبدا الاستدلال بالتراجع

مسلمة : p(n) خاصية متعلقة بالعددين الطبيعين n و n_0

للبرهان على صحة الخاصية p(n) من اجل كل عدد طبيعي $n \geq n_0$ يكفي انا يتحقق الشرطين التاليين :

1 - نتاكد من صحة الخاصية من اجل n_0 أي $p(n_0)$ صحيحة

2 - نفرض ان الخاصية p(n) صحيحة من اجل كل عدد طبيعي كيفي

$n \geq n_0$ يسمى هذا الفرض بفرض التراجع

ونبرهن على صحة الخاصية p(n+1) من اجل (n+1)

عندئذ تكون الخاصية p(n) صحيحة من اجل كل رتبة n حيث $n \geq n_0$

المتتاليات العددية

تعريف: المتتالية هي كل دالة ترفق بكل عدد طبيعي n $\left(n \geq n_0\right)$ العدد u_n

اتجاه تغير متتالية: n عدد طبيعي حيث $n \geq n_0$:

$\left(u_n\right)$ متزايدة إذا كان $u_{n+1} \geq u_n$

$\left(u_n\right)$ متناقصة إذا كان $u_{n+1} \leq u_n$

$\left(u_n\right)$ ثابتة إذا كان $u_{n+1} = u_n$

المتتالية الحسابية	المتتالية الهندسية
تعريف: (u_n) متتالية حسابية أساسها r : $u_{n+1}=u_n+r$ **عبارة الحد العام :** $u_n=u_0+n\times r$ (u_0 الحد الأول) $u_n=u_1+(n-1)\times r$ (u_1 الحد الأول) **العلاقة بين حدين مختلفين:** $n\succ m$ $u_n=u_m+(n-m)\times r$ **الوسط الحسابي:** a ، b ، c حدود متوالية من م حسابية تكافئ u_{n-1} $2b=a+c$ **مجموع حدود متتالية:** $S_n=u_0+u_1+.......+u_{n-1}$ $S_n=\frac{n}{2}(u_0+u_{n-1})$	**تعريف:** (u_n) متتالية هندسية أساسها q : $v_{n+1}=v_n\times q$ **عبارة الحد العام :** $v_n=v_0\times q^n$ (v_0 الحد الأول) $v_n=v_1\times q^{(n-1)}$ (v_1 الحد الأول) **العلاقة بين حدين مختلفين :** $n\succ m$ $u_n=u_m\times q^{(n-m)}$ **الوسط الهندسي:** a ، b ، c حدود متوالية من متتالية هندسية تكافئ $b^2=a\times c$ **مجموع حدود متتالية:** $S_n=v_0+v_1+.......+v_{n-1}$ $S_n=v_0\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$