معلومات لابد منها في الهندسة الفضائية

1. لإثبات أن A .B.C تعين مستوي نتأكد أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقلان خطيا أي نفرض ان $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ ونساوي المركبات ونجد تناقض أي نجد أن k ليس نفسه بحل المعادلات الثلاث
2. لإيجاد معادلة المستوي (AB) نبحث عن الشعاع الناظمي $\vec{n}\,(a,b,c)$ وهو الشعاع العمودي على $\overrightarrow{AB}$ وعلى $\overrightarrow{AC}$ أي يحقق أن $\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{Ac}=0\end{cases}$ ، نطبق التعريف التحليلي للجداء السلمي نجد عادة جملة من ثلاث مجاهيل ومعادلتين ، نعطي قيمة لأحد المجاهيل ونحل الجملة من معادلتين ومجهولين المتبقيين
نجد بعدها a,b,c يبقى d النقط الثلاث من المستوي (ABC) نعوض إحداثيات احد النقاط الثلاث في المعادلة نجد d
هذا باعتبار المعادلة من الشكل : $ax+by+cz+d=0$

ملاحظة : إذا أعطيت المعادلة وطلب التأكد من أنها للمستوي (ABC) يكفي ان نبرهن أن A .B.C مستقلان خطيا

وان إحداثيات النقط تحقق المعادلة

3. معادلة سطح الكرة في الفضاء من الشكل $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$ ، x_0 و y_0 و z_0 إحداثيات المركز،r نصف قطرها ، الكرة التي قطرها $[AB]$ مركزها منتصف $[AB]$ ونصف قطرها $\frac{AB}{2}$
4. المسافة بين النقطة A ذات الإحداثيات x_0 و y_0 و z_0 والمستوي (P) ذو المعادلة $ax+by+cz+d=0$ هي
$\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
معادلة سطح الكرة التي تمس (p) ومركزها A نصف قطرها $r=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
5. للبحث عن المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ)الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases}x=at+x_0\\ \mathrm{y}=\mathrm{bt}+y_0\\ \mathrm{z}=\mathrm{ct}+z_0\end{cases}$ ، نكتب معادلة المستوي (P) الذي (Δ)عمودي عليه ويشمل A ،فشعاعه الناظمي هو $\vec{n}\,(a,b,c)$ يبقى d نعوض بإحداثيات A ، ثم نبحث عن نقطة تقاطع (P) و (Δ) ولتكن B المسافة إذا هي AB
6. للبحث عن نقطة تقاطع مستوى ومستقيم معرف وسيطيا ، نعوض x ، y ، z المعطات بدلالة t في التمثيل الوسيطي في معادلة المستوي ، ثم نحل المعادلة ذات المجهول t نعوض في عبارة التمثيل الوسيطي نجد قيم لـ x ، y ، z تلك القيم هي إحداثيات نقطة التقاطع
7. لكتابة معادلة مستوي يشمل النقطة A ومستقيم معرف وسيطيا لا يشمل A ، نعين نقطتين B.C. من المسقيم ، ثم نكتب معادلة المستوي (ABC)
8. لتعيين نقطة من مستقيم معرف وسيطيا ، نعطي أي قيمة لـ t نجد نقطة من المستقيم
9. لكتابة معادلة مستوي يشمل مستقيمان متوازيان ، نأخذ نقطة من المستقيم الأول ، ونقطتين من الآخر و نكتب معادلة المستوي الذي يشمل النقط الثلاث
10. لكتابة معادلة مستوي يشمل مستقيمان متقاطعان ، نعين نقطة التقاطع ،ونقطة من الأول ونقطة من الثاني نكتب معادلة المستوي الذي يشمل النقط الثلاث (نعين نقطة التقاطع لاجتناب اخذ النقط الثلاث على إستقامية)
11. المستقيمان المتوازيان هما اللذان أشعتي توجيههما متوازيان أي مرتبطان خطيا كما ذكرنا في 1 ، إذا لم يكونا متوازيان فيمكن ان يكونا متقاطعان
لذا نأخذ عبارة x من الأول المكتوبة بدلالة tونساويها بعبارة x من الثاني المكتوبة بدلالة $\acute{t}$ و نأخذ عبارة y من الاول المكتوبة بدلالة tونساويها بعبارة y من الثاني المكتوبة بدلالة $\acute{t}$ و نأخذ عبارة z من الاول المكتوبة بدلالة tونساويها بعبارة z من الثاني المكتوبة بدلالة $\acute{t}$ نأخذ معادلتين من الثلاث ، ونحل الجملة نجد t و $\acute{t}$ ، نعوض t و $\acute{t}$ في المعادلة الثالثة إذا تحققت المساواة فهما متقاطعان ،
ونقطة التقاطع بتعويض t أو $\acute{t}$ بقيمها في صيغة المستقيم الأول أو الثاني ، وإذا لم تتحقق المساواة فالمستقيمان ليسا من نفس المستوي

12. للانتقال من التمثيل الديكارتي لمستقيم بمعادلتي مستوي إلى التمثيل الوسيطي نسمي احد المجاهيل x ، y ، z بـ t ونحل الجملة للمجهولين المتبقيين بدلالة t ، و للانتقال من التمثيل الوسيطي إلى التمثيل الديكارتي نعين t من المعادلات الثلاث بدلالة أحد المجاهيل x ، y ، z ونعوض في المعادلتين المتبقيتين

13. توازي الشعاعان الناظميان لمستويين يعني توازي المستويين ، وتعامدهما يعني تعامد المستويين

14. لتعيين المسقط العمودي لنقطة على مستوي نكتب معادلة المستقيم الذي يشمل النقطة و عمودي على المستوي ، أي الشعاع الناظمي للمستوي شعاع توجيه المستقيم ثم نعين نقطة التقاطع كما ذكرنا في 6

15. المستقيم الممثل وسيطيا $\begin{cases} x = at + x_0 \\ \mathrm{y} = \mathrm{bt} + y_0 \\ \mathrm{z} = \mathrm{ct} + z_0 \end{cases}$ ، $A(x_0, y_0, z_0)$ نقطة منه و$\vec{u}\ \ (a, b, c)$ شعاع توجيه له ، أي إذا عرفت نقطة وشعاع التوجيه ولم يكن يقصد الشعاع كتابة التمثيل الوسيطي بعينه ، ولكن أردنا التمثيل الوسيطي كما في 14 ممكن كتابة المعادلة مباشرة

16. معادلة مستقيم عرف شعاع توجيهه $\vec{u}\ \ (a, b, c)$ و نقطة منه $A(x_0, y_0, z_0)$ ، المستقيم هنا هو مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ مرتبط خطيا مع $\vec{u}$ أي : $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = t\vec{u}$ بمساواة الفاصلة للفاصلة والترتيبة للترتيبة والراقم للراقم ،نجد المطلوب

التمثيل الوسيطي من الشكل $(\ \ ): \begin{cases} x = at + \grave{a}s + \propto \\ \mathrm{y} = \mathrm{bt} + \grave{\mathrm{b}}\mathrm{s}\ + \beta \\ \mathrm{z} = \mathrm{ct}\ +\ \grave{\mathrm{c}}\mathrm{s} + \gamma \end{cases}$ هو التمثيل الوسيطي للمستوي المعرف بالنقطة $A(\propto, \beta, \gamma)$ والشعاعان $\vec{u}\ (a, b, c)$ و $\vec{u}\ (\grave{a}, \grave{b}, \grave{c})$ المستقلان خطيا

17. للانتقال من التمثيل الوسيطي لمستوي إلى التمثيل الديكارتي ، نأخذ معادلتان من الثلاث ونحل الجملة ذات المجهولين t و s بدلالة xوy مثلا حسب الاختيار ، ثم نعوض في المعادلة الأخرى

للانتقال من المعادلة الديكارتية لمستوي إلى التمثيل الوسيطي له نسمي أحد المجاهيل t وآخر s ونعوض في المعادلة لنجد المجهول الثالث بدلالة t و s

18. معادلة مستوي عرف بشعاعين $\vec{u}\ \ (a, b, c)$ و$\vec{u}\ (\grave{a}, \grave{b}, \grave{c})$ و نقطة منه $A(\propto, \beta, \gamma)$، المستوي هنا هو مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = t\vec{u} + s\ \vec{u}$ نجد التمثيل الوسيطي لهذا المستوى

19. مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق : $\|\overrightarrow{\mathrm{AM}}\| = \|\overrightarrow{BM}\|$ حيث A و B نقطتان متمايزتان هي المستوي العمودي على (AB)أي $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظمي له ويشمل منتصف $[AB]$

20. مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق : $\|\overrightarrow{\mathrm{AM}}\| = \|\overrightarrow{BC}\|$ حيث A و B و C نقاط متمايزة مثنى مثنى هي سطح الكرة التي مركزها A ونصف قطرها BC

21. مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق: $\vec{u} = 0.\ \ (\overrightarrow{\mathrm{AM}})$ هي المستوي الذي يشمل A و $\vec{u}$ شعاع ناظمي له